

教科書を活用した 指導のポイント集

令和3年5月実施 全国学力・学習状況調査

中学校数学編

Mathematics

教科書を活用した指導のポイント集

～令和 3 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学編～

調査結果を指導の改善に活かす 2

問題別 教科書との関連と指導のポイント

数学 ① 3

数学 ② 4

数学 ③ 5

数学 ④ 6

数学 ⑤ 7

数学 ⑥ 8

数学 ⑦ 10

数学 ⑧ 12

数学 ⑨ 13

.....

問題のタイトル部分（例：① 文字を用いた式の四則計算）、及び、概要等の表組み部分（問題番号、問題の概要、出題の趣旨、学習指導要領の領域、評価の観点、問題形式）は、国立教育政策研究所による「解説資料」からの引用です。

.....

調査結果を指導の改善に活かす

平成19年度から始まった全国学力・学習状況調査も、令和3年度の調査で15年目を迎えました。東日本大震災の影響を受けた平成23年度と、コロナ禍の影響を受けた令和2年度を除き、今年度は、13回目の実施になります。この調査の目的のひとつは「教師による指導の検証と改善」を可能にすることです。そのために、子どもたちの数学の学習についての現状を捉え、その成果と課題を明らかにした膨大なデータが蓄積されてきました。あなたはそのデータを活用して、自らの指導を検証し、よりよいものに改善することができているでしょうか。

本冊子には、中学校で数学を指導する教師が日々の実践をふり返り、よりよい指導を実現することができるよう、令和3年度の調査問題の概要と共に、今年度から新しくなった啓林館の教科書の関連する内容がまとめられています。全国学力・学習状況調査については、「中学校3年生が対象なのだから、調査対象ではない中学校1年生や2年生を指導している教師には関係ないのでは」といった声を耳にすることがあります。しかし、この調査が中学校1年生と2年生の内容を出題範囲としていることを考えれば、こうした判断が的外れであることは容易に理解できるでしょう。本冊子を通して、中学校で数学を指導しているすべての教師がこの調査に目を向け、子どもの学習の課題を理解することで、その解決に向けて自らの指導を見直すきっかけをつくって欲しいのです。

ところで、このような目的で令和3年度の調査問題に目を向けてもらう前に確認しておきたいことがあります。それは、全国学力・学習状況調査が平成31年度の調査から、その調査の方法を変更したことです。平成30年度までの調査では、調査問題が「主として『知識』に関する問題」(問題A)と「主として『活用』に関する問題」(問題B)の2つに分けて実施されてきました。平成31年度の調査では、この枠組み自体が見直され、「知識」と「活用」を一体的に問うことになったのです。こうした変更はなぜ行われたのでしょうか。それは、今年度から中学校で全面实施された新学習指導要領の趣旨と深く結びついています。新学習指導要領の教科書の目標や内容は、「三つの柱」に基づいて再整理された資質・能力で構成されています。「三つの柱」とは、生きて働く「知識及び技能」、未知の状況にも対応できる「思考力、判断力、表現力等」、学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力、人間性等」を意味します。そして、これらの資質・能力を育成するためには、教師が三つの柱をばらばらに身に付けさせるのではなく、相互に関係付けながら育てることが大切であるとされているのです。こうした新学習指導要領の趣旨を受けて、全国学力・学習状況調査も「知識及び技能」と「思考力、判断力、表現力等」の結びつきを一層重視しようとしています。従来のように問題Aと問題Bに分けて子どもの学力を捉えるのではなく、例えば、日常生活で数学を活用するために知識を用いることに注目した問題や、数学の世界の問題を解く過程で技能を適用することに注目した問題などを出題することで、子どもの学習の状況を一体的に把握しようとしているものと考えられるのです。

こうした新たな状況を受けて、教師にはどのような指導が求められることになるのでしょうか。全国学力・学習状況調査を基にした自らの指導の検証と改善にも、新たな視点が必要になるのでしょうか。新学習指導要領が全面实施され、調査の枠組みが見直されたこの機会に、あなたも一度立ち止まって考えてみてはどうでしょうか。本冊子があるための手がかりになることを期待しています。

啓林館教科書編集委員会

1 文字を用いた式の四則計算

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	$(5x+6y)-(3x-2y)$ を計算する	整式の加法と減法の計算ができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

2年 p.16 式の計算「式の加法、減法」例6、問6で、2つの式の減法を扱っています。さらに、例7、問7では、筆算の形での計算のしかたについても示しています。また、p.30「学びをたしかめよう」の3や p.184「もっと練習しよう」の2でも確認問題を示し、十分に取り組めるようにしています。

▼ 2年 p.16

例6 多項式の減法

$$\begin{aligned} &(5a+3b)-(2a+5b) \\ &=5a+3b-2a-5b \\ &=3a-2b \end{aligned}$$

→ふりかえり 1年

$$\begin{aligned} &(5a+3)-(2a+5) \\ &=5a+3-2a-5 \\ &=3a-2 \end{aligned}$$

問6 次の2つの多項式で、左の式から右の式をひきなさい。 ▶ p.184 2

(1) $5x+2y$, $3x+y$ (2) $3a-6b$, $2a-4b$

多項式の加法、減法では、同類項が上下にそろるように並べて計算することもできます。

例7 縦に並べた加減

(1)
$$\begin{array}{r} 3x-7y \\ +) 2x+5y \\ \hline 5x-2y \end{array}$$
 (2)
$$\begin{array}{r} 4x+6y \\ -) x+6y-5 \\ \hline 3x \quad +5 \end{array}$$

かっこをはずすときは、符号に注意しよう

▶ p.184 3

問7 次の計算をしなさい。

(1)
$$\begin{array}{r} 2x-3y \\ +) 4x+5y \\ \hline \end{array}$$
 (2)
$$\begin{array}{r} x+y \\ +) x-y \\ \hline \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 5x-2y \\ -) x-3y \\ \hline \end{array}$$
 (4)
$$\begin{array}{r} 6x+y \\ -) 6x-y-8 \\ \hline \end{array}$$

▼ 2年 p.30

3 次の2つの多項式をたしなさい。
また、左の式から右の式をひきなさい。

□ (1) $3a+2b$, $a-4b$ □ (2) $x-4y$, $-2x+3y$

▼ 2年 p.184

2 次の2つの多項式をたしなさい。また、左の式から右の式をひきなさい。

(1) $2x-3y$, $-3x+y$ (2) $-4a-b$, $-a-b$
 (3) $3x+5y$, $x+6y$ (4) $-a+7b$, $a-5b$

◎誤答の例と指導のポイント

$2x+4y \cdots -(3x-2y)$ を $-3x-2y$ と捉え、 $5x+6y-3x-2y$ の計算をしたと考えられます。

ポイント 1年 文字の式「文字式の加法、減法」をふり返り、かっこの前が-のときには、かっこの中の各項の符号を変えたものを加えることを丁寧に指導するとよいでしょう。

2 方程式

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	数量の関係を一元一次方程式で表す	具体的な場面で、一元一次方程式をつくることのできる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

1年 p.102 方程式「方程式の利用」例題1、問2で、代金の問題について、一元一次方程式をつくり、問題を解決することについて学習しています。また、p.109「学びをたしかめよう」6、p.244「もっと練習しよう」7でも確認問題を示し、定着を図っています。

▼ 1年 p.102

例題 1 代金の問題

2000円で、ケーキ4個と150円のジュースを1本買うと、おつりが450円でした。
ケーキ1個の値段はいくらですか。

考え方 線分図で表すと、下のようになります。

この図から、数量の関係を見つけたら、求めたいケーキ1個の値段を x 円として、方程式をつくります。

解答

ケーキ1個の値段を x 円とすると、
$2000 - (4x + 150) = 450$
$2000 - 4x - 150 = 450$
$-4x = 450 - 2000 + 150$
$-4x = -1400$
$x = 350$
この解は問題にあっている。
ケーキ1個の値段 350円

ケーキ1個の値段が350円の時、
ケーキ4個とジュース1本をあわせた代金は、
 $350 \times 4 + 150 = 1550$ (円)
2000円出すと、おつりは、
 $2000 - 1550 = 450$ (円)となる。

問 2 けいたさんは780円、かりんさんは630円持っていて、2人とも同じ本を買いました。
すると、けいたさんの残金は、かりんさんの残金の2倍になりました。
本代はいくらですか。

▶ p.244 7

▼ 1年 p.109

6 500円で、鉛筆5本と80円の消しゴム1個を買ったと、おつりが95円でした。鉛筆1本の値段を求めなさい。

(1) 上の問題を解くために、鉛筆1本の値段を x 円として、方程式をつくります。
次の□にあてはまる式を書き入れなさい。
□ = 95

(2) (1)の方程式を解いて、鉛筆1本の値段を求めなさい。

▼ 1年 p.244

7 ケーキ6個と80円のプリン1個の代金は、ケーキ1個と150円のジュース1本の代金の4倍になりました。
このケーキ1個の値段を求めなさい。

3 空間図形

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	中心角 60° の扇形の弧の長さについて正しいものを選ぶ	扇形の中心角と弧の長さや面積との関係について理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

1年 p.171 平面図形「円とおうぎ形の計量」では、今回出題されている中心角が 60° のおうぎ形を例にとって、このおうぎ形の弧の長さは、円の周の長さの $\frac{60}{360}$ 倍 ($\frac{1}{6}$ 倍) になることを示しています。また、(問2)で円全体を等分してできる中心角の場合に弧の長さは円の周の長さの何倍になるかを求めさせた後、「1つの円では、おうぎ形の弧の長さは中心角の大きさに比例する」と一般化しています。


さらに、p.177「学びを身につけよう」7では、おうぎ形の弧の長さの比から、中心角の大きさを求める問題を扱っています。

▼ 1年 p.171

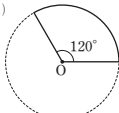
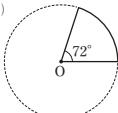
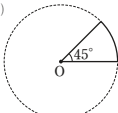
■ おうぎ形の弧の長さや面積の求め方について学びましょう。

1つの円では、おうぎ形の弧の長さや面積は、その中心角の大きさで決まります。

右の図のような、中心角が 60° のおうぎ形の弧の長さや面積は、同じ半径の円の周の長さや面積の $\frac{60}{360}$ 倍です。



(問2) 下の図のおうぎ形の弧の長さは、同じ半径の円の周の長さの何倍ですか。また、おうぎ形の面積は、同じ半径の円の面積の何倍ですか。

(1)  (2)  (3) 

半径 r cm, 中心角 a° のおうぎ形の弧の長さや面積は、それぞれ、半径 r cm の

円の周の長さ $2\pi r$ cm の $\frac{a}{360}$ 倍、

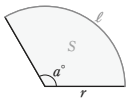
円の面積 πr^2 cm² の $\frac{a}{360}$ 倍になります。

おうぎ形の弧の長さや面積

半径 r , 中心角 a° のおうぎ形の弧の長さを ℓ , 面積を S とすると、

弧の長さ $\ell = 2\pi r \times \frac{a}{360}$

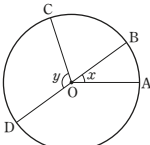
面積 $S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$



上で調べたことから、1つの円では、おうぎ形の弧の長さや面積は、中心角の大きさに比例することがわかります。

▼ 1年 p.177

7 右の図で、 \widehat{BC} , \widehat{CD} , \widehat{DA} の長さは、それぞれ、 \widehat{AB} の長さの2倍、3倍、4倍になっています。このとき、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



4 比例, 反比例

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	経過した時間と影の長さの関係を, 「…は…の関数である」という形で表現する	関数の意味を理解している	関数	知・理	短答

◎教科書との関連

1年 p.114 変化と対応「関数」^{ひらげ}で箱づくりの場面を設定し, 箱の底面の1辺の長さは, 切り取る正方形の1辺の長さの関数であることを示しています。

また, p.115(問1), p.142「学びをたしかめよう」¹, p.244「もっと練習しよう」¹で, y が x の関数であるものを選ばせることを通して, 関数についての理解を深めています。

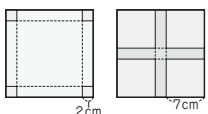
▼ 1年 p.114

1 関数

■ともなって変わる数量の関係を調べましょう。

ひらげよう

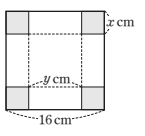
112ページの箱づくりで, 切り取る正方形の1辺の長さが2cmのとき, 箱の底面の正方形の1辺の長さは何cmになるでしょうか。また, 切り取る正方形の1辺の長さが7cmのときはどうでしょうか。



上の^{ひらげ}では, 箱の底面は正方形で, その1辺の長さは, 切り取る正方形の1辺の長さにもなって変わります。また, 切り取る正方形の1辺の長さを決めると, 箱の底面の1辺の長さはただ1つに決まります。

この場合で,

切り取る正方形の1辺の長さを x cm, 箱の底面の1辺の長さを y cmとすると, y は x にもなって変わり, いろいろな値をとります。



この x , y のように, いろいろな値をとる文字を**変数**といいます。

また, ともなって変わる2つの変数 x , y があって, x の値を決めると, それに対応して y の値がただ1つに決まるとき, y は x の**関数**であるといいます。

この場面では, 箱の底面の1辺の長さは, 切り取る正方形の1辺の長さの関数であるといえます。

▼ 1年 p.115

問1 次の(ア)~(ウ)のうち, y が x の関数であるものすべてを選びなさい。

(ア) 周の長さが24cmの長方形の縦の長さ x cmと横の長さ y cm

(イ) 周の長さが x cmの長方形の面積 y cm²

(ウ) 半径 x cmの円の面積 y cm²

▼ 1年 p.142

1 次のうち, y が x の関数であるものをすべて選びなさい。

また, y が x に比例するもの, 反比例するものを, それぞれ選びなさい。

(ア) 1冊80円のノートを x 冊買ったときの代金 y 円

(イ) 1000円を出して, x 円の品物を買ったときのおつり y 円

(ウ) 気温 x °Cのときの降水量 y mm

(エ) 面積が10cm²の平行四辺形の底辺 x cmと高さ y cm

▼ 1年 p.244

1 次の(ア)~(ウ)のうち, y が x の関数であるものを選びなさい。

(ア) 底辺が x cmの三角形の面積 y cm²

(イ) 自然数 x の約数の個数 y

(ウ) 体重が x kgの人の身長 y cm

◎誤答の例と指導のポイント

「経過した時間は影の長さの関数である。」… 独立変数と従属変数の違いを理解できていないと考えられます。

ポイント 身近な事象を通して関数の意味を理解できるように, 事象の中にある2つの数量の変化や対応の様子を調べ, それらの関係を見出す活動を取り入れていきましょう。その際, 独立変数と従属変数の違いを意識して, 「…は…の関数である」という形で表現するように練習させるとよいでしょう。

5 資料の散らばりと代表値

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	反復横とびの記録の中央値を求める	与えられたデータから中央値を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

学習指導要領の改訂により、「中央値」は小学校6年で学習する内容となりましたが、中学校でもデータを分析する上で必要であることから、1年 p.221 データの活用「データを活用して、問題を解決しよう」の「ふりかえり(算数)」で、中央値の求め方を復習できるようにしています。また、「自分から学ぼう編」 p.25 1でも取り上げています。

▼ 1年 p.221

→ふりかえり(算数)

ある7人のクイズの得点が、7、6、5、5、9、5、5のとき、

・平均値 = $\frac{\text{データの個々の値の合計}}{\text{データの個数}}$

$$= \frac{7+6+5+5+9+5+5}{7}$$

=6(点)

・中央値は、データの値を大きさの順に並べたときの中央の値である。
得点を大きさの順に並べると、
5、5、5、**6**、6、7、9
だから、中央値は4番目の値で、5点

・最頻値は、データの値の中でもっとも多く現れる値だから、5点

▼ 1年「自分から学ぼう編」 p.25

1 ある生徒15人がハンドボール投げをおこなったところ、
下のような記録になりました。

23、20、27、21、19、21、22、23、	(単位：m)
25、23、20、25、22、23、22	

(1) 上の記録の平均値、中央値、最頻値を求めなさい。

(2) 上の記録の範囲を求めなさい。

◎誤答の例と指導のポイント

52 … 中央値と平均値を混同しており、平均値を求めていると考えられます。

ポイント データの値全体を代表する値である代表値には、中央値以外に、平均値、最頻値があり、読み取りたい分布の特徴にあった代表値を求めることが必要になります。p.221の「ふりかえり」で示しているように、それぞれの代表値の求め方と特徴をしっかりとっておきましょう。

6 構想を立てて説明し、発展的に考察すること(4つの数の和)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1) 四角で囲んだ4つの数が12, 13, 17, 18のとき, それらの和が4の倍数になるかどうかを確かめる式を書く	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる	数と式	考え方	短答
	(2) 四角で4つの数を囲むとき, 4つの数の和はいつでも4の倍数になることの説明を完成する	目的に応じて式を変形したり, その意味を読み取ったりして, 事柄が成り立つ理由を説明することができる	数と式	考え方	記述
	(3) 四角で4つの数を囲むとき, 四角で囲んだ4つの数の和がどの位置にある2つの数の和の2倍であるかを説明する	数学的な結果を事象に即して解釈し, 事柄の特徴を数学的に説明することができる	数と式	考え方	記述

◎教科書との関連

- (1) 1年 p.47 正の数・負の数「数の世界のひろがり」例2, 問4で, ある数 a の倍数は, a と整数の積で表されることを学習しています。また, 2年 p.24 式の計算「文字式の利用」ステップ2の上から2つ目の?で, 3の倍数であることを示すためにはどのような式に表すことが必要かを考えさせています。
- (2) 2年 p.23-25 式の計算「文字式の利用」で, あることがらについて文字式を用いて説明する方法をステップに沿って丁寧に示しています。また, p.33「学びを身につけよう」5では, カレンダーを用いて, 本問と同様に四角で囲んだ4つの数の和がいつも4の倍数であることを, 文字式を使って説明させる問題を扱っています。
- (3) 2年 p.26(問2)で例題1の条件をかえた場合, p.28(説明しよう)でp.27例題2の条件をかえた場合を取り上げ, それぞれについて説明させることで, 文字式を利用した説明の定着を図っています。

▼ 1年 p.47

例2 素因数分解と倍数

120を素因数分解すると,
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 となり, 次のようなことがわかる。
 $120 = 3 \times 2^3 \times 5$ より, 120は3の倍数である。
 $120 = 2 \times 3 \times 2^2 \times 5$ より, 120は6の倍数である。
 $120 = 3 \times 5 \times 2^3$ より, 120は15の倍数である。

3の倍数は, 3と整数の積だね

120は, このほかにどんな数の倍数かな。

問4 次の(ア)~(カ)の中から, 6の倍数をすべて選びなさい。
 また, 14の倍数をすべて選びなさい。
 (ア) $2^4 \times 7$ (イ) $3 \times 5 \times 11$ (ウ) $2^3 \times 3 \times 7$
 (エ) $2 \times 3^2 \times 13$ (オ) $2 \times 5 \times 7$ (カ) $2^2 \times 5 \times 11$

▼ 2年 p.24

1 文字式の利用

ステップ1 場面の状況を整理し, 問題を設定しよう

けいたさんは, 暗算の結果から, 次のことが成り立つと予想しました。

連続する3つの整数の和は, 3の倍数である。

$1+2+3=6$
 $2+3+4=9$
 $3+4+5=12$
 ?

ステップ2 見通しを立てて, 問題を解決しよう

けいたさんの予想が正しいことを, 次の手順で説明します。

- ① 連続する3つの整数を文字で表す。
- ② 連続する3つの整数の和を式で表し, 計算する。
- ③ 計算した式の意味を読みとる。
- ④ 読みとったことから, 結論を導く。

① どのように文字で表せばいいかな。
 ② 3の倍数であることを示すには, どんな式にすればいいかな。

説明

連続する3つの整数のうち, いちばん小さい数を n と表すと, 連続する3つの整数は,
 $n, n+1, n+2$
 と表される。
 これらの和は,
 $n+(n+1)+(n+2)=3n+3$
 $=3(n+1)$
 $n+1$ は整数だから, $3(n+1)$ は3の倍数である。
 したがって, 連続する3つの整数の和は, 3の倍数である。

② 中央の数を n とすると, ③の説明はどうなるかな。

ステップ3 問題をひろげたり, 深めたりしてみよう

問1 上の説明の $3(n+1)$ という式から, 連続する3つの整数の和について, 3の倍数であることのほかに, どんなことがいえますか。

④ 519は, どんな3つの連続する整数の和で表すことができるかな。

⑤ $n+1$ は何を表しているのかな

身のまわりの疑問から予想を立て, その予想が正しいかどうかを調べるために, 文字式を利用できないかと考えた。

▼ 2年 p.33

5 カレンダーで、右の図のように四角形で囲んだ4つの数の和を計算すると、答えはいつも4の倍数になっています。このことを、文字式を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

▼ 2年 p.26

例題 1 偶数と奇数の和

偶数と奇数の和は奇数になります。その理由を、文字式を使って説明しなさい。

考え方 偶数と奇数を文字式で表して計算します。

説明 m, n を整数とすると、偶数と奇数は、 $2m, 2n+1$ と表される。このとき、2数の和は、 $2m+(2n+1)=2m+2n+1=2(m+n)+1$ $m+n$ は整数だから、 $2(m+n)+1$ は奇数である。したがって、偶数と奇数の和は奇数である。

問 2 奇数と奇数の和は偶数になります。その理由を説明しなさい。

▼ 2年 p.27

例題 2 2けたの正の整数の問題

2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は、11の倍数になります。その理由を、文字式を使って説明しなさい。

考え方 11の倍数であることを示すために、 $11 \times$ 整数 の形に表します。

説明 2けたの正の整数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、この数は、 $10a+b$ と表される。また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、 $10b+a$ となる。このとき、この2数の和は、 $(10a+b)+(10b+a)=11a+11b=11(a+b)$ $a+b$ は整数だから、 $11(a+b)$ は11の倍数である。したがって、2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は、11の倍数である。

$13+31=$
 $45+54=$
 $72+27=$



11の倍数であることを示したから、 $11(a+b)$ の形にするんだね



11の倍数であることのほかに、どんなことがわかるかな。

▼ 2年 p.28

説明しよう

例題 2 で、和を差にかえると、どんなことがいえるでしょうか。またその理由も説明しましょう。

〈予想〉 2けたの正の整数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との差は、いつも の倍数になる。

〈理由〉
.....

$64-46=18$
 $81-18=63$
 $21-12=9$

ほかにいえることはないかな。

7 日常的な事象の数学化と問題解決の方法 (砂時計)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
7	(1) 与えられた表やグラフから、砂の重さが75gのときに、砂が落ちきるまでの時間が36.0秒であったことを表す点を求める	与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取ることができる	関数	知・理	短答
	(2) 与えられた表やグラフを用いて、2分をはかるために必要な砂の重さを求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

(1) 1年 p.123 変化と対応「座標」例1, 問1, 問2で、座標平面上の点の座標を読み取ったり、座標が指定された点を座標平面上にとったりする問題を扱っています。

(2) 1年 p.137-139 変化と対応「比例, 反比例の利用」でリサイクルする紙パックの重さとできるトイレットペーパーの個数を、2年 p.84-85 一次関数「一次関数の利用」でダム貯水量の日ごとの変化を題材として、日常生活における事象を数学の問題として捉えること、また、2つの数量の関係を関数とみなして問題を解決する見方・考え方を扱い、ステップ方式に乗せて丁寧に示しています。さらに、1年 p.145「学びを身につけよう」7や2年 p.93 7, 8で、比例や一次関数で表される身のまわりの事象についての確認問題を扱っています。

▼ 1年 p.123

例1 点の座標

右の図で、

点Aの座標は、 $(-2, 4)$
 点Bの座標は、 $(-3, -2)$
 点Cの座標は、 $(4, -3)$
 また、原点Oの座標は、 $(0, 0)$

問1 座標が次のような点を、右の図にかき入れなさい。

A(6, 3) B(-2, -4)
 C(-1, 3) D(3, -6)
 E(-3, 4)

問2 右の図で、点F, G, H, I, Jの座標をいいなさい。▶p.245

F(□, □)
 G(□, □)
 H(□, □)
 I(□, □)
 J(□, □)


J → E → G → B → J.
 G → A → H → G.
 E → F → C.
 B → D → I

をそれぞれ順に結んでみよう

4節 比例, 反比例の利用

利用場面 リサイクルすると？

1 かりんさんは、紙パックをトイレトーパーパーにリサイクルする工場を見学しています。




あちらにあるのは、集まった紙パックです。

たくさんの紙パックが運ばれてくるんですね！

2 この工場には、いろいろな町から紙パックが運ばれてきます。右の表は、A町、B町、C町から運ばれてきた紙パックと、それぞれからできるトイレトーパーパーの個数をまとめたものです。明日、D町から5200kg、E町から4800kgの紙パックが運ばれてくるそうです。

紙パック	トイレトーパーパー
A町 1800kg	3000個
B町 5400kg	27000個
C町 3600kg	18000個

話しあおう
D町、E町から集まる紙パックから、トイレトーパーパーが何個できるかを求めるには、どうすればよいでしょうか。



比例や反比例を利用して、身のまわりの問題を解決しましょう。

1 比例, 反比例の利用

ステップ1 場面の状況を整理し、問題を設定しよう

かりんさんは、教えてもらったことを表にまとめて、次の問題を考えました。

紙パックをトイレトーパーパーにリサイクルするとき、紙パックの重さと、紙パックからできるトイレトーパーパーの個数の関係は、下の表のようになります。

紙パックの重さ(kg)	1800	3600	5400
トイレトーパーパーの個数(個)	9000	18000	27000

5200kgの紙パックから何個のトイレトーパーパーができますか。また、4800kgの紙パックから何個のトイレトーパーパーができますか。

ステップ2 見通しを立てて、問題を解決しよう

上の表から、トイレトーパーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えることができます。

説明しよう
トイレトーパーパーの個数は紙パックの重さに比例すると考えられるのは、なぜでしょうか。

問1 x kgの紙パックからy個のトイレトーパーパーができてするとき、xとyの関係式を表しなさい。


問2 5200kgの紙パックから何個のトイレトーパーパーができますか。また、4800kgの紙パックから何個のトイレトーパーパーができますか。

▶ p.246

3節 一次関数の利用

利用場面 ダムの貯水量は？

1 けいたさんの住む町には、ダムがあります。けいたさんは、このダムの貯水量を調べることになりました。




2 けいたさんはホームページで、このダムの7月31日からの貯水量を調べました。

ダムの貯水量	
7月31日	975万m ³
8月1日	948万m ³
8月2日	926万m ³
8月3日	900万m ³
8月4日	873万m ³
8月5日	854万m ³

貯水量がどんどん減っているね。

3 けいたさんの町では、このダムの貯水量が650万m³より少なくなると、水不足への対策がとられるそうです。

話しあおう
8月6日以降も同じように貯水量が減っていくとしたとき、貯水量が650万m³になるのはいつになるかを予想するには、どうすればよいでしょうか。



一次関数を利用して、身のまわりの問題を解決しましょう。

1 一次関数の利用

ステップ1 場面の状況を整理し、問題を設定しよう

けいたさんは調べたことを表にまとめて、次の問題を考えました。

右の表は、あるダムの貯水量の変化をまとめたものです。8月6日以降も同じように変化を続けるとすると、貯水量が650万m³になるのは、何月何日になると推測することができますか。

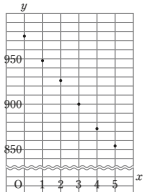
日	貯水量(万m ³)
7月31日	975
8月1日	948
8月2日	926
8月3日	900
8月4日	873
8月5日	854

ステップ2 見通しを立てて、問題を解決しよう

7月31日からx日後の水の量をy万m³とすると、xとyの関係は右の表のようになります。

x	0	1	2	3	4	5
y	975	948	926	900	873	854

この表で、対応するxとyの値の組を座標とする点をとると、右の図のようになり、これらはほぼ一直線上に並んでいるので、yはxの一次関数とみることができます。



問1 右の図で並んだ点のなるべく近くを通る直線が、2点(0, 975)、(3, 900)を通るとします。この直線の式を求めなさい。

問2 貯水量が650万m³になるのは、何月何日になると推測できますか。

ステップ3 問題をひろげたり、深めたりしてみよう

問3 問1で求めた直線の式の切片と傾きは、何を表していますか。

◎誤答の例と指導のポイント

(2) 点Oと点Dを直線で結んで求める…「直線のグラフをかいて利用する」ことしか記述しておらず、「グラフでy座標が120のときのx座標を読む」という記述が必要であることに気づいていないと考えられます。

ポイント 問題解決の方法を数学的に説明する場合、何をどのように用いるかを具体的に記述する必要があることをおさえておきましょう。そのためには、条件を変えて問題を作らせたり、「どのように答えを求めましたか」と問いかけて説明させたりするなど、生徒自身に考えさせる活動を取り入れていくとよいでしょう。

8 データの傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること(キャンプ場の気温)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
8	(1) 気温差が9℃以上12℃未満の階級の度数を書く	ヒストグラムからある階級の度数を読み取ることができる	資料の活用	知・理	短答
	(2) 2つの分布の傾向を比べるために相対度数を用いることの前提となっている考えを選ぶ	相対度数の必要性と意味を理解している	資料の活用	知・理	選択
	(3) 「日照時間が6時間以上の日は、6時間未満の日より気温差が大きい傾向にある」と主張できる理由を、グラフの特徴を基に説明する	データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる	資料の活用	考え方	記述

◎教科書との関連

- (1) 1年「自分から学ぼう編」p.45-46「ヒストグラムを観察しよう」で、ヒストグラムの読み取りを扱っています。
- (2) 1年p.225 データの活用「データを活用して、問題を解決しよう」で、全体の度数の合計が異なる時には相対度数を用いると比べられることを示しています。また、例3、問6で、相対度数の求め方についても扱っています。
- (3) 1年p.226問9で度数分布多角形をかき入れる問題を扱った後、p.227話しあおう(上)で、2つの度数分布表の特徴を比較して分布の様子を捉え、滞空時間が長いといえる理由を説明する課題を取り上げています。

ポイント 日常生活や社会の事象を考察するために、目的に応じて表やグラフを的確に作成したり、読み取ったりし、データの傾向を捉え判断できるような場面を設定していきましょう。

▼ 1年p.225

■ 度数分布表やヒストグラムを使ってきましょう。

(イ)の実験結果は50回あるけれど、
(ウ)の実験結果は30回しかないね
回数が違うけれど、このままだらべてよいのかな？

全体の度数が違うとき、それぞれの階級の度数の、全体に対する割合を求めて、その割合でくることができる。

それぞれの階級の度数の、全体に対する割合を、その階級の **相対度数** といいます。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

例3 相対度数
前ページの表2で、2.80秒以上3.00秒未満の階級の相対度数は、小数第2位まで求めることにすると、次のようになる。
 $\frac{5}{30} = 0.1\bar{6}$

問6 前ページの表2で、2.40秒以上2.60秒未満の階級の相対度数を求めなさい。

小数第3位を四捨五入しよう

▼ 1年p.227

話しあおう
これまでに調べたことから、(イ)と(ウ)のどちらが滞空時間が長いといえるでしょうか。理由もあわせて説明しましょう。

(イ)と(ウ)の滞空時間

滞空時間(秒)	(イ)			(ウ)		
	度数(回)	相対度数	累積相対度数	度数(回)	相対度数	累積相対度数
2.20 ^{以上} ~ 2.40 ^{未満}	1	0.02	0.02	0	0.00	0.00
2.40 ~ 2.60	13	0.26	0.28	1	0.03	0.03
2.60 ~ 2.80	18	0.36	0.64	1	0.03	0.06
2.80 ~ 3.00	15	0.30	0.94	5	0.17	0.23
3.00 ~ 3.20	3	0.06	1.00	5	0.17	0.40
3.20 ~ 3.40	0	0.00	1.00	9	0.30	0.70
3.40 ~ 3.60	0	0.00	1.00	3	0.10	0.80
3.60 ~ 3.80	0	0.00	1.00	3	0.10	0.90
3.80 ~ 4.00	0	0.00	1.00	1	0.03	0.93
4.00 ~ 4.20	0	0.00	1.00	2	0.07	1.00
計	50	1.00		30	1.00	

(相対度数)

	(イ)	(ウ)
最小値	2.36秒	2.51秒
最大値	3.04秒	4.05秒
範囲	0.68秒	1.54秒
平均値	2.72秒	3.28秒
中央値	2.70秒	3.29秒
最頻値	2.70秒	3.30秒

9 平行線や角の性質を基に、図形を考察すること (三角定規)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
9	(1) 四角形 ABCE が平行四辺形になることを、平行四辺形になるための条件を用いて説明する	平行四辺形になるための条件を用いて、四角形が平行四辺形になることの原因を説明することができる	図形	考え方	記述
	(2) 錯角が等しくなることについて、根拠となる直線 FE と直線 BC の関係を、記号を用いて表す	錯角が等しくなるための、2直線の位置関係を理解している	図形	知・理	短答
	(3) $\angle ARG$ や $\angle ASG$ の大きさについていつでもいえることを書く	ある条件の下で、いつでも成り立つ図形の性質を見だし、それを数学的に表現することができる	図形	考え方	短答

◎教科書との関連

- (1) 2年 p.145 図形の性質と証明「平行四辺形になるための条件」で、平行四辺形になるための5つの条件をまとめ、さらに(問4)や p.155「学びをたしかめよう」6において、示された大きさの角や長さの辺を持つ四角形 ABCD が平行四辺形といえるかどうかを判断させる問題を扱い、理解を深められるよう構成しています。
- (2) 2年 p.99 図形の調べ方「角と平行線」で、「平行線の性質」と「平行線になるための条件」を扱っています。また、本問の「直輝さんの考え」の①で用いている三角形の内角と外角の関係については、p.102「説明しよう」で扱った後、性質として整理した上で、p.103(問2)で確認しています。さらに、これらは p.120「学びをたしかめよう」の1～3で確認問題を示し、定着を図っています。
- (3) 2年 p.113 図形の調べ方「証明とそのしくみ」の「説明しよう」において、いつでも成り立つ図形の性質を見だし、それを数学的に表現する証明の必要性が意識される工夫をしています。

▼ 2年 p.145

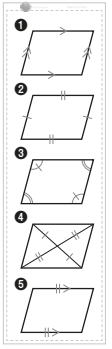
平行四辺形になるための条件

四角形は、次のそれぞれの場合に、平行四辺形である。

- ① 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるとき (定義)
- ② 2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいとき
- ③ 2組の向かいあう角が、それぞれ等しいとき
- ④ 対角線が、それぞれの中点で交わる時
- ⑤ 1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるとき

問4 次のような四角形 ABCD は、平行四辺形であるといえますか。

- (1) $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 100^\circ$, $\angle C = 80^\circ$, $\angle D = 100^\circ$
- (2) $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$, $DA = 4\text{cm}$
- (3) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, $AD = 3\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$



▼ 2年 p.99

平行線の性質

2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立つ。

- ① 2つの直線が平行ならば、同位角は等しい。
- ② 2つの直線が平行ならば、錯角は等しい。

平行線になるための条件

2つの直線に1つの直線が交わる時、次のことが成り立つ。

- ① 同位角が等しいならば、この2つの直線は平行である。
- ② 錯角が等しいならば、この2つの直線は平行である。

▼ 2年 p.113

1 証明とそのしくみ

図形の性質を明らかにするしくみについて学びましょう。

前ページでかいた四角形 ABCD では、

$AB = AD$, $BC = DC$ のとき, $\angle ABC = \angle ADC$ ……(1)

が成り立ちます。

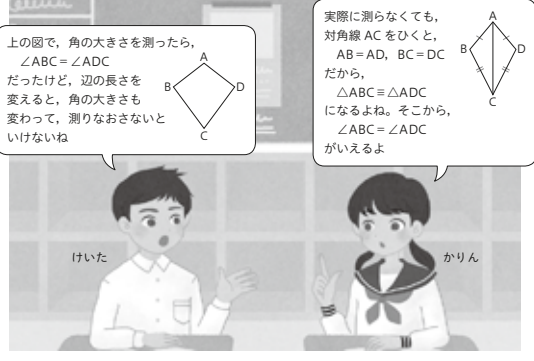
このことは、どのように説明できるでしょうか。

説明しよう

上の(1)のことがらが成り立つことについて、けいたさんとかりんさんが、次のような会話をしています。

上の図で、角の大きさを測ったら、 $\angle ABC = \angle ADC$ だったけど、辺の長さを変えると、角の大きさも変わって、測りなおさないといけないね

実際に測らなくても、対角線 AC をひくと、 $AB = AD$, $BC = DC$ だから、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ になるよね。そこから、 $\angle ABC = \angle ADC$ がいえるよ



かりんさんのように、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ となるのはなぜでしょうか。また、 $\angle ABC = \angle ADC$ となる理由もいいたしよ。

このように、これまでに学習した図形の性質を使って、 $\angle ABC = \angle ADC$ を導くことで、辺の長さをどのように変えても、上の(1)のことがらがいつでも成り立つことが説明できます。



Mathematics

Junior High School

本資料における解説資料の引用について、国立教育政策研究所より許可を得て制作しております。

— 知が啓く。 —
啓林館

本社	〒543-0052	大阪市天王寺区 大道4丁目3番25号	TEL.06-6779-1531
東京支社	〒113-0023	東京都文京区 向丘2丁目3番10号	TEL.03-3814-2151
北海道支社	〒060-0062	札幌市中央区南二条西9丁目1番2号サンケン札幌ビル1階	TEL.011-271-2022
東海支社	〒460-0002	名古屋市中区丸の内1丁目15番20号ie丸の内ビルディング1階	TEL.052-231-0125
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1丁目7番11号広島CDビル5階	TEL.082-261-7246
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1丁目5番6号ハイヒルズビル5階	TEL.092-725-6677

<https://www.shinko-keirin.co.jp/>

令和3年10月 教授用資料