

教科書を活用した 指導のポイント集

平成28年度全国学力・学習状況調査
中学校数学編

Mathematics

教科書を活用した指導のポイント集

～平成 28 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学編～

平成 28 年度 全国学力・学習状況調査について	1
問題別 教科書との関連と指導のポイント	
問題 A 主として「知識」に関する問題	2
問題 B 主として「活用」に関する問題	15

.....

問題のタイトル部分（例：① 分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算），及び，概要等の表組み部分（問題番号，問題の概要，出題の趣旨の概要，学習指導要領の領域，評価の観点，問題形式）は，国立教育政策研究所による「解説資料」からの引用です。

.....

平成28年度 全国学力・学習状況調査について

平成28年4月に、中学校第3学年の全生徒を対象とした標記の調査が、前年度に引き続き行われました。調査問題は、これまでと同様、主として「知識」に関する問題を中心とした「問題A」と、主として「活用」に関する問題を中心とした「問題B」で構成されています。

「問題A」では、36題中「数学的な技能」を見る問題が19題、「数量や図形などについての知識・理解」を見る問題が17題で、後者の総問題数に占める比率が約47%でした。これは前回よりやや低くなっていますが（前は約53%）、「意味の理解」を求めている問題が7題あり、数学では難しいとされる知識・理解を見る問題の出題の仕方を学ぶことができます。

領域ごとに見ますと、「数と式」領域では、身近な場面を基にした意味の理解や関係の把握を確かめる問題（①(4)、③(3)）のほか、これまでの調査で正答率が低かった、数量の関係を文字で表すこと、不等式の意味や方程式の解の意味を問う問題もありました（②(1)、②(3)、③(2)）。「図形」領域では、作図の方法や円錐の体積の意味を問うという基本的な問題がありました（④(1)、⑤(4)）。これらは、数学的な活動を通して理解を求めていくという、日頃の授業・学習の質を問うものでした。「関数」領域では、具体的な事象における関数関係の理解（⑨(3)）や学習指導要領で強調されている表・グラフ・式を相互に関連付けた関数の理解（⑨(1)、(2)、(4)、⑩）を問う問題もありました。これらの問題の正答率が気になるところです。最後に、「資料の活用」領域では、具体的な事象から資料の代表値の意味や近似値の意味を問う問題がありました（⑫）。

一方、「問題B」では、これまでと同様に、問題作成の枠組みを「活用の文脈や状況」「活用される数学科の内容（領域）」「数学的なプロセス」の3つの視点から整理されています。

「活用の文脈や状況」では、数学が実生活や身の回りの事象で活用されたり、他教科などの学習で活用されたり、算数・数学の世界で活用されたりすることを想定しています。この枠組みを基に作成されている問題を生徒に提示することによって、数学が役に立つということを深く理解させることができるでしょう。また、「数学的なプロセス」では、数理化すること、情報を活用すること、数学的に解釈・表現すること、問題解決のための構想を立て実践すること、結果を評価し改善すること、他の事象との関係を捉えること、複数の事象を統合すること、事象を多面的に見ることといった内容が示され、これらは、数学を学ぶ意義や必要性を生徒に話す内容として参考になります。各問題がどの枠組みに入っているかを分析した上で、生徒に考えさせる機会をつくり、「数学的活動の充実」を一層進められるようにしたいものです。

問題形式には「選択式」「短答式」「記述式」の3種類がありますが、「記述式」については、「事柄・事実の説明」（④(2)）「方法・手順の説明」（③(3)、⑥(2)）「理由の説明」（①(3)、②(2)、④(1)、⑤(1)）を求めています。学習指導要領には、数学的活動の内容として「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」が示されていますが、記述式の問題で問われているこれらの内容は、これからの学習指導の工夫改善に生かせるものです。

本冊子は、学力調査の各問題と啓林館教科書の記述内容・方法との関連についてまとめています。これをもとに、学力調査問題の出題趣旨と問題との関係や、学習指導要領の目標や内容に沿った適切な評価方法について読み取ってください。また、教科書に沿った授業展開をすることによって、今求められている学力が高められることを実感していただき、教員相互で授業展開の仕方を振り返ったり、各学校で抱える課題を克服したりするためのきっかけとしてもご利用いただくと幸いです。

問題 A 主として「知識」に関する問題

1 分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1 (1)	$\frac{2}{5} \times 0.6$ を計算する	分数と小数の乗法の計算ができる	数と計算 (小学校 6 年)	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 小学校 6 年 p.62 「わり算をかけ算に」 大問③で、
小数のわり算を分数のかけ算に直して計算する問題
を扱っています。

▼ 啓林館わくわく算数 6 年 p.62

③	① $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$	② $\frac{5}{9} \div \frac{3}{4} \times \frac{7}{10}$	③ $\frac{5}{8} \div 5 \div \frac{3}{4}$
	④ $0.25 \div 1.25 \times 3$	⑤ $0.9 \times \frac{4}{7} \div 0.6$	⑥ $9 \div 12 \times 16$

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(2) -5, 0, 1, 2.5, 4 の中から自然数を 全て選ぶ	自然数の意味を理解している	数と式	知・理	選択
	(3) $-3 + (-7)$ を計算する	正の数と負の数の加法の計算ができる	数と式	技能	短答
	(4) 今日の水位が1週間前の水位からどれ だけ高くなったかを求める式を選ぶ	ある基準に対して反対の方向や性質を もつ数量が正の数と負の数で表される ことを理解している	数と式	知・理	選択

◎教科書との関連

- (2) 1 年 p.15-16 正の数・負の数「0より小さい数」で、いろいろな数の中から自然数を選択する問題を示しています。
- (3) 1 年 p.26 正の数・負の数「正の数・負の数の加法、減法」で、正の数と負の数の加法の計算の仕方を示しています。
- (4) 1 年 p.53 正の数・負の数 数学展望台「琵琶湖の水位」で、実生活に関わる琵琶湖の水位の差を求めることから、正負の数の計算の意味について示しています。

ポイント 正の数・負の数の意味を、身近な場面に結び付けて考察し、理解することが大切です。

問 4 次の数の中で、自然数はどれですか。
また、整数はどれですか。

$$0.3, -5, -6, 4, -0.7, \frac{1}{7}, 0, -\frac{1}{3}, +12$$

正の数・負の数の加法

同符号の2数の和

符号 …… 2数と同じ符号
絶対値 …… 2数の絶対値の和

$$\begin{aligned} (+3) + (+5) &= +(3+5) \\ (-3) + (-5) &= -(3+5) \end{aligned}$$

異符号の2数の和

符号 …… 絶対値の大きい方の符号
絶対値 …… 2数の絶対値の大きい方から
小さい方をひいた差

$$\begin{aligned} (+3) + (-5) &= -(5-3) \\ (-3) + (+5) &= +(5-3) \end{aligned}$$

絶対値が等しい異符号の2数の和は0です。
また、0と正の数、0と負の数の和は、その数のままです。

$$\begin{aligned} (+5) + (-5) &= 0 \\ 0 + (+5) &= +5 \\ 0 + (-5) &= -5 \end{aligned}$$

例 1 同符号の2数の和

$$\begin{aligned} (-12) + (-7) &= -(12+7) \\ &= -19 \end{aligned}$$

例 2 異符号の2数の和

$$\begin{array}{ll} (1) \quad (-7) + (+13) & (2) \quad (+5) + (-15) \\ = +(13-7) & = -(15-5) \\ = +6 & = -10 \end{array}$$

まず符号を決め、
それから絶対値の
計算だよ

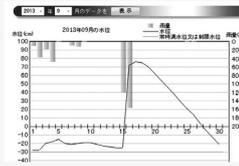


問 1 例 1, 例 2 のようにして、次の計算をしなさい。

$$\begin{array}{ll} (1) \quad (-8) + (-3) & (2) \quad (-6) + (-10) \\ (3) \quad (-7) + (+18) & (4) \quad (+5) + (-9) \end{array}$$

琵琶湖の水位

滋賀県にある琵琶湖は、近畿地方の人々にとって、たいせつな水源です。国土交通省近畿地方整備局琵琶湖河川事務所のホームページでは、毎日の琵琶湖の水位のデータを掲載し、ときには節水のよびかけなどを行っています。



(琵琶湖河川事務所ホームページ)

台風18号 京滋で豪雨



(2013年9月17日 京都新聞)

上のグラフは、2013年9月の琵琶湖の水位のデータです。このグラフを見ると、15日から16日にかけて、大雨が降ったことが予想できます。

実際、この2日間に近畿地方では猛烈な雨が降り、滋賀県、京都府、福井県に大雨特別警報がはじめて出されました。琵琶湖の水位は-25cmから76cmまで上昇したそうです。

このとき、水位が何cm上昇したかは、次の計算で求めることができます。

$$76 - (-25) = 76 + 25 = 101 \text{ (cm)}$$

この2日間で増えた水は、琵琶湖の水を生活用水とする1400万人が、およそ半年間で使う量です。



また、1994年の夏は日本各地で雨が少なく、1994年湖水ともよばれています。この年の8月4日から9日にかけての6日間、琵琶湖の水位が2cmずつ低下しました。このとき、8月9日から6日前の8月3日の水位は、

$$(-2) \times (-6) = 12 \text{ (cm)}$$

という計算から、9日の水位よりも12cm高いことがわかります。これは、負の数と負の数の積が正の数になる実際の例とみることができます。

2 文字式の計算とその利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(1) ある数を3でわると、商が a で余りが2になるとき、ある数を a を用いた式で表す	数量の関係を文字式に表すことができる	数と式	技能	短答
	(2) $(2x+5y)+3(x-2y)$ を計算する	整式の加法と減法の計算ができる	数と式	技能	短答
	(3) ある数 a について、不等式 $a>5$ と表せる事柄を選ぶ	不等式の意味を読み取ることができる	数と式	技能	選択
	(4) 等式 $S=ah$ を h について解く	具体的な場面で数量の関係を表す式を、等式の性質を用いて、目的に応じて変形できる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 1年 p.79 文字の式「2章の章末問題」大問⑩で、(わられる数)=(わる数) \times (商)+(余り)の関係があることを示し、文字を使って等式に表す問題を扱っています。
- (2) 2年 p.19-20 式の計算「いろいろな多項式の計算」で、かっこがある式の計算の仕方を示しています。また、p.167 力をつけよう「くり返し練習」大問③で、学習の定着を図っています。
- (3) 1年 p.74-76 文字の式「大小関係を表す式」で、不等号を使って式に表したり、不等号を使った式の意味を考察する問題を示しています。また、p.76 練習問題②でも確認問題を示し、定着を図っています。
- (4) 2年 p.28-29 式の計算「文字式の利用」で、数量の関係を等式に表し、必要に応じて等式を変形する仕方を示しています。また、p.32「1章の章末問題」大問⑦で、確認問題を示し、定着を図っています。

▼ 1年 p.79

例 10 正の整数のわり算では、
 $(\text{わられる数}) = (\text{わる数}) \times (\text{商}) + (\text{余り})$
 の関係があります。
 正の整数 a を3でわったときの商を b 、余りを c とすると、
 a 、 b 、 c の関係を等式に表さない。

▼ 2年 p.19

例 3 **かっこがある式の計算①**

$$3(x-2y)+2(2x+y)$$

$$= 3x-6y+4x+2y$$

$$= 7x-4y$$

▼ 1年 p.75

例 4 **関係を表す式の意味**
 ある水族館の入館料は、おとな1人が a 円、子ども1人が b 円である。このとき、不等式
 $2a+3b \leq 8000$
 は、おとな2人と子ども3人の入館料の合計が、8000円以下であることを表している。



大分マリンパレス水族館
「うみたまご」

問 6 例4で、次の式はどんなことを表していますか。
 (1) $2a+b=5000$ (2) $a-b=700$
 (3) $a+2b>3500$ (4) $3a \leq 7b$

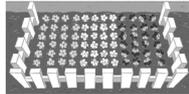
▼ 2年 p.28-29

■ 等式の変形

どんなことがわかるかな
 長さ10mのフェンスがあります。右の図のように、AB、BC、CDの三方をこのフェンスで囲み、建物の壁を利用して長方形の花だんをつくります。



(1) ABの長さを2mにしたとき、BCの長さを求めましょう。
 (2) BCの長さを5mにしたとき、ABの長さを求めましょう。



前ページの  で、ABの長さを x m、BCの長さを y mとすると、次の等式が成り立ちます。
 $2x+y=10$ ……①
 y の値を決めたとき、 x の値を求める式は次のようになります。
 $2x+y=10$
 $2x=10-y$ } y を移項する
 $x=5-\frac{y}{2}$ ……② } 両辺を2でわる

このように、はじめの等式①から、 x を求める式②をつくることを、はじめの等式を x について解くといひます。

②の式は
 $x = \frac{10-y}{2}$
 でもいいよ



◎誤答の例と指導のポイント

(1) $\frac{a}{3}+2$ …ある数を a とし, a を3でわり, 余りの2をたしたものを式に表したものと考えられます。

ポイント まず, ある数を具体的な数に置き換え, 「被除数・除数・商・余り」の関係について, 言葉や式に表す活動を取り入れるとよいでしょう。日常の場面でも, 例えば, 画用紙を何人かの生徒に同じ数ずつ配るとき, 余りが出るような設定をするなど, 実感をともなって理解させることが大切です。

3 方程式の解き方とその利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(1) 一元一次方程式 $x+12=-2x$ を解く	簡単な一元一次方程式を解くことができる	数と式	技能	短答
	(2) 一元一次方程式 $2x=x+3$ の解について, 正しい記述を選ぶ	一元一次方程式の解の意味を理解している	数と式	知・理	選択
	(3) 縦と横の長さの比が5:8の長方形の看板について, 縦の長さが45cmのときの横の長さ x cmを決めるための比例式をつくる	具体的な場面における数量の関係を捉え, 比例式をつくることのできる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 1年 p.87 方程式「方程式の解き方」で, 移項して方程式を解く解き方を示しています。

また, 2年 MathNaviブック p.9「一次方程式の解き方」で, 一次方程式の解き方を復習しています。

(2) 1年 p.82 方程式「方程式とその解」の例1, 問2で, 方程式の解について学習した後, p.101「3章の基本のたしかめ」大問1で確認問題を示し, 定着を図っています。

また, 3年 MathNaviブック p.12「方程式とその解」で, 方程式の解について復習しています。

(3) 1年 p.100 方程式「比例式の利用」で, 身のまわりの問題を, 比例式を利用して解決する仕方を示しています。

▼ 1年 p.87

例2 移項して方程式を解く②

$$8x = 5x - 21$$

右辺の $5x$ を左辺に移項して,

$$8x - 5x = -21$$

$$3x = -21$$

$$x = -7$$

問2 次の方程式を解きなさい。

(1) $10x = 6x - 8$ (2) $3x = 5x - 14$
 (3) $4x = 50 - 6x$ (4) $-8x = 3 - 5x$

p.226 ②

文字の項も移項することができますね

▼ 2年 MathNaviブック p.9

一次方程式の解き方

方程式 $6x - 8 = 4$ を解きましょう。

解説 等式で, 一方の辺の項を, 符号を変えて, 他方の辺に移すことを, 移項といいます。

$$6x - 8 = 4$$

$$6x = 4 + 8$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

この移項は, 等式の両辺に同じ数をたしても等式が成り立つという等式の性質がもたっているよ

2つの文字をふくむ方程式から一次方程式を導き, それを解いていきましょう。

⇒ 連立方程式の解き方(本冊 p.38) につながるよ

中学1年

▼ 1年 p.82

例1 方程式の解

方程式 $2x - 3 = x + 1$ で, 4がこの方程式の解であるかどうかを調べる。

x に4を代入すると,

$$\text{左辺} = 2 \times 4 - 3 = 5, \quad \text{右辺} = 4 + 1 = 5$$

左辺と右辺が等しいので, 4はこの方程式の解である。

x に1を代入するとどうなるかな?

▼ 1年 p.100

身のまわりの問題を解くのに, 比例式を利用できる場合があります。

問題 酢が25mL, サラダ油が65mLあります。この酢とサラダ油を, それぞれ同じ量ずつ増やして混ぜあわせ, 酢とサラダ油の量の比が3:5となるドレッシングをつくりたい。酢とサラダ油を, それぞれ何mLずつ増やせばよいでしょうか。

図解 問題文から, 比が等しい関係を読みとって, 比例式をつくりたい。

解答 酢とサラダ油を, それぞれ x mL ずつ増やすとすると,

$$(25 + x) : (65 + x) = 3 : 5$$

$$5(25 + x) = 3(65 + x)$$

$$125 + 5x = 195 + 3x$$

$$2x = 70$$

$$x = 35$$

この解は問題にあっている。

35mL ずつ増やせばよい

比例式の性質を使っているね

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3 (4)	方程式 $2x+y=x-y=3$ から、 x と y の値を求めるための連立方程式を完成させる	2つの等号で結ばれている方程式が表す関係を読み取り、2つの二元一次方程式で表すことができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(4) 2年 p.44-45 連立方程式「いろいろな連立方程式」で、 $A=B=C$ の形の方程式の解き方を示し、p.53「2章の章末問題」大問③、p.169力をつけよう「くり返し練習」大問⑩で、定着を図っています。

▼ 2年 p.44-45

A=B=Cの形の方程式の解き方

例題 4 方程式 $x+y=3x-2y+20=25$ を解きなさい。

例題 4 上のような $A=B=C$ の形の方程式は、次の3つのいずれかの形の連立方程式におおして解きます。

① $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ ② $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ ③ $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$

解答

もとの方程式より、

$$\begin{cases} x+y=25 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x-2y+20=25 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②から、 $3x-2y=5$ $\cdots\cdots\textcircled{2}'$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 2x+2y=50 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad 5x=55$$

$$x=11$$

$x=11$ を①に代入して、

$$y=14$$

$$(x, y) = (11, 14)$$

問10 次の方程式を解きなさい。

(1) $5x+2y=-x-y+3=4$

(2) $3x-7y=13x-5y=38$

4 垂線の作図・対称移動

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(1)	与えられた方法で作図された直線についていえることを選ぶ	図形	知・理	選択
	(2)	$\triangle ABC$ を、直線 ℓ を軸として対称移動した図形をかく	図形	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 1年 p.153 平面図形「基本の作図」で、直線上にない1点を通る垂線の作図の仕方を示しています。

(2) 1年 p.146 平面図形「図形の移動」で、対称移動の性質、問⑦で図をかき問題を扱っています。

▼ 1年 p.153

直線上にない1点を通る垂線の作図

- ① 点Pを中心とする円をかき、直線XYとの交点をA、Bとする。
- ② 2点A、Bを、それぞれ中心として、半径PAの円をかき、その交点の1つをQとする。
- ③ 直線PQをひく。

▼ 1年 p.146

例 3 対称移動

下の図で、 $\triangle PQR$ は、 $\triangle ABC$ を、直線 ℓ を対称の軸として対称移動したものである。

◎誤答の例と指導のポイント

(1) イ…見た目の印象で判断していると思われます。

ポイント 作図の方法で得られた点や線分の特徴を、図形の性質と関連付けて捉えられるようにすることが大切です。

5 空間図形

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式	
5	(1)	三角柱において、与えられた辺とねじれの位置にある辺を書く	空間における直線と直線との位置関係(辺と辺とがねじれの位置にあること)を理解している	図形	知・理	短答
	(2)	四角形をその面に垂直な方向に一定の距離だけ平行に動かしてできる立体の名称を書く	四角形をその面と垂直な方向に平行に動かすと、四角柱が構成されることを理解している	図形	知・理	短答
	(3)	立方体の見取図を読み取り、2つの角の大きさの関係について、正しい記述を選ぶ	見取図に表された立方体の角の大きさの関係を読み取ることができる	図形	技能	選択
	(4)	円柱の体積が 600cm^3 のとき、その円柱と底面の円が合同で高さが等しい円錐の体積を求める	円錐の体積は、それと底面が合同で高さが等しい円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であることを理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

- 1年 p.177 空間図形「空間内の平面と直線」で、2直線の位置関係を分類して示し、p.197「6章の基本のたしかめ」大問1で、確認問題を扱っています。
- 1年 p.181 空間図形「立体のいろいろな見方」で、角柱や円柱は面を平行に動かしてできる立体とみることができることを示しています。
- 1年 p.185 空間図形「立体の投影図」のみんなで話しあってみよう、p.186 数学展望台「立体の見取図・展開図・投影図」で、見取図では線分の長さや角の大きさが正しく表現されていないことを示しています。
- 1年 p.192 空間図形「角錐、円錐の体積」で、底面が合同で高さが等しい柱体と錐体の体積の関係を示しています。

▼ 1年 p.177

空間内の2直線 ℓ , m の位置関係には、次の3つの場合があります。

交わる

平行である

ねじれの位置にある

(交わる, 平行である, ねじれの位置にある) → 交わらない

問2 右の図の正四角錐で、次の関係にある直線をいいます。

- 直線 BC と交わる直線
- 直線 BC と平行な直線
- 直線 BC とねじれの位置にある直線

p.230 ⑤

▼ 1年 p.181

■面を平行に動かしてできる立体

どうなるかな
百人一首の札や10円硬貨を、右の写真のようにたくさん積み重ねると、どんな立体ができるでしょうか。

角柱や円柱は、1つの多角形や円を、その面に垂直な方向に、一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができます。

見方・考え方
いろいろな見方
平行に動かしてできる立体とみる

▼ 1年 p.185

☺ みんなで話しあってみよう ☺

右の図は立方体の見取図です。この立方体を見て、けいたさんは、「ABの長さの方がACの長さより長く見えるけど、ほんとうかな？」といいました。あなたはどのように思いますか。

▼ 1年 p.192

🌻 どうなるかな

右の図のような、底面が合同で、高さの等しい円柱と円錐の容器があります。円柱の容器には、円錐の容器の何杯分の水がはいりましょうか。

下の写真のように実験してみると、円柱には、底面が合同で、高さの等しい円錐の3杯分の水がはいることがわかります。

▼ 1年 p.186

数学(展望台)

立体の見取図・展開図・投影図

前ページの☺ みんなで話しあってみよう ☺の立方体の図では、ABの方がACより長く見えます。しかし、下のような展開図や投影図をかくと、ABとACは、どちらも合同な正方形の対角線で、長さは等しいことがわかります。

立体を平面上に表すには、見取図や展開図、投影図を利用します。見取図は、空間図形のおよその形を知るのに便利な表し方ですが、線分の長さなどは正確に表すことができません。空間図形を調べていくときには、それぞれの図をうまく利用することがたいせつです。

6 平面図形の基本的な性質

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1) 平行線や角の性質を用いて $\angle APB$ の大きさを求める	平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求めることができる	図形	技能	短答
	(2) 多角形の外角の和について、正しい記述を選ぶ	多角形の外角の和の性質を理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

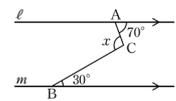
(1) 2年 p.117 千思万考「条件を変えて角の大きさを求める」で、補助線をひいて角の大きさを求める問題を示しています。

(2) 2年 p.100-101 図形の調べ方「多角形の外角の和」で、多角形の外角の和の性質について示しています。

▼ 2年 p.117

条件を変えて角の大きさを求める 千思万考
~せんしばんこう~

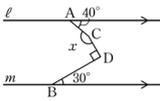
平行な2直線 ℓ , m の内側に、右の図のように点 C をとります。



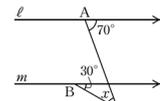
1. $\angle x$ の大きさを求めましょう。

2. 次のように、もとの問題の条件を変えて、 $\angle x$ の大きさを求めましょう。

(1) 「点 C をとります」 → 「2点 C , D をとります」

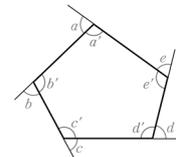


(2) 「2直線 ℓ , m の内側に」 → 「2直線 ℓ , m の外側に」



▼ 2年 p.100-101

どの頂点でも、内角と外角の和は 180° だから、
5つの頂点での内角と外角すべての和は、
 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$
また、内角の和は、
 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$
したがって、外角の和は、
 $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$
となります。



一般に、 n 角形の外角の和は、次のようにして求めることができます。

$$(n \text{ 角形の内角の和}) + (n \text{ 角形の外角の和}) = 180^\circ \times n$$

から、

$$(n \text{ 角形の外角の和}) = 180^\circ \times n - (n \text{ 角形の内角の和})$$

$$= 180^\circ \times n - 180^\circ \times (n-2)$$

$$= 180^\circ \times n - 180^\circ \times n + 180^\circ \times 2$$

$$= 360^\circ$$

上のことから、外角の和は、どんな多角形でも同じ大きさです。

多角形の外角の和
多角形の外角の和は、 360° である。

7 三角形の合同条件・図形の性質を記号で表すこと・命題の逆

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
7	(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であるための条件として、正しいものを選ぶ	三角形の合同条件を理解している	図形	知・理	選択
	(2) ひし形の対角線が垂直に交わることを、記号を用いて表す	ひし形について対角線が垂直に交わることを、記号を用いて表すことができる	図形	技能	短答
	(3) 図形に成り立つ性質の逆の事柄を完成する	命題の逆を理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.104-105 図形の調べ方「三角形の合同条件」で、三角形の合同条件を示し、p.115「4章の基本のたしかめ」大問2で、確認問題を扱っています。

また、3年 MathNavi ブック p.21「三角形の合同条件」で、図形と相似の準備として復習問題を扱っています。

(2) 1年 p.140 平面図形「垂直と平行」で、ひし形の対角線の性質を、垂直の記号を使って示す問題を扱っています。

また、2年 MathNavi ブック p.16「図形の間係を記号で表すこと」で、2直線の間係を垂直や平行の記号を使って表す問題を扱っています。

(3) 2年 p.125-126 図形の性質と証明「逆」で、命題の逆について示しています。また、p.142「平行線と面積」で、底辺が共通な三角形についてまとめています。

▼ 2年 p.105

三角形の合同条件

2つの三角形は、次の各場合に合同である。

① 3組の辺が、それぞれ等しいとき
 $a = a', b = b', c = c'$

② 2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき
 $a = a', c = c', \angle B = \angle B'$

③ 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき
 $a = a', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

▼ 3年 MathNavi ブック p.21

三角形の合同条件

右の図の三角形を、合同な三角形の組に分けましょう。また、そのとき使った合同条件をいしましょう。

解説 上の三角形では、⑦と⑧、④と⑥、⑤と⑨が、それぞれ合同になります。そのとき使った合同条件は、次のようになります。

⑦と⑧ 3組の辺が、それぞれ等しい。
 ④と⑥ 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しい。
 ⑤と⑨ 2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。

三角形が相似になる条件を考えていきましょう。
 ⇒ 三角形の相似条件(本冊 p.120)につながるよ

▼ 1年 p.140

問3 右の図のひし形で、垂直な線分を、記号 \perp を使って表しなさい。

▼ 2年 p.125

■ 逆

これまでに、次の(ア)、(イ)のことがらを証明しました。

(ア) $\triangle ABC$ で、 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ならば、 $\angle B = \angle C$ である。
 (イ) $\triangle ABC$ で、 $\angle B = \angle C$ ならば、 $\overline{AB} = \overline{AC}$ である。

この(ア)と(イ)をくらべてみると、仮定と結論が入れかわっています。

このように、2つのことがらが、仮定と結論を入れかえた関係にあるとき、一方を他方の**逆**といえます。

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ならば、 $\angle B = \angle C$

逆

$\angle B = \angle C$ ならば、 $\overline{AB} = \overline{AC}$

▼ 2年 p.142

底辺が共通な三角形

1つの直線上の2点 A、B と、その直線の同じ側にある2点 P、Q について、

① $PQ \parallel AB$ ならば、 $\triangle PAB = \triangle QAB$
 ② $\triangle PAB = \triangle QAB$ ならば、 $PQ \parallel AB$

8 証明の必要性和意味

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
8	証明で用いられている図が考察対象の図形の代表であることについて、正しい記述を選ぶ	証明の必要性和意味を理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

2年 p.108 図形の調べ方「自分のことばで伝えよう」で、証明の必要性和意味について示しています。

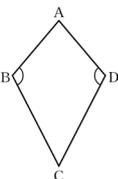
また、p.145「5章の章末問題」大問④で、同じ条件の平行四辺形の問題を扱っています。

さらに、p.124 問⑤で、条件にあう図をかいて考える問題を扱っています。

▼ 2年 p.108

1 証明とそのしくみ 図形の性質を明らかにするしくみを学びましょう。

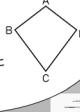
前ページでかいた四角形 ABCD では、
 $AB = AD, BC = DC$ のとき、 $\angle ABC = \angle ADC$ ……(1)
 が成り立ちます。
 このことは、どのように説明できるでしょうか。



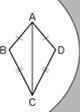
自分のことばで伝えよう ☺

上の(1)のことがらが成り立つことについて、けいたさんとかりんさんが、次のような会話をしています。

上の図で、角の大きさを測ったら、 $\angle ABC = \angle ADC$ だったけど、辺の長さを変えたら、角の大きさも変わって、測りなおさないといけないね



実際に測らなくても、対角線 AC をひくと、 $AB = AD, BC = DC$ だから、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ になるよね。そこから、 $\angle ABC = \angle ADC$ がいえるよ



けいた



かりん

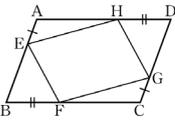


かりんさんのように、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ となるのはなぜでしょうか。
 また、 $\angle ABC = \angle ADC$ となる理由もいみましょう。

このように、これまでに学習した図形の性質を使って、 $\angle ABC = \angle ADC$ を導くと、辺の長さをどのように変えても、上の(1)のことがらがいつでも成り立つことが説明できます。

▼ 2年 p.145

④ □ABCD の辺 AB, BC, CD, DA 上に、それぞれ、点 E, F, G, H を、
 $AE = CG, BF = DH$ となるようにとります。
 このとき、四角形 EFGH は、どんな四角形になりますか。



▼ 2年 p.124

問 5 $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC で、底角 $\angle B, \angle C$ の二等分線をひき、その交点を P とします。

(1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。
 (2) $\triangle PBC$ が二等辺三角形となることを証明しなさい。

◎誤答の例と指導のポイント

イ… 証明に用いられている図が、考察対象の図の代表であることについての理解が不十分であると考えられます。

ポイント 証明の必要性和意味について理解を深められるように、生徒自ら、条件を満たす図をかき、ある図形について証明された命題は、その仮定を満たすすべての図形について例外なく成り立つことを確認する活動を取り入れることが大切です。

9 比例の表と式・反比例の意味とグラフ

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
9	(1) 比例の表を完成させる	比例の関係を表す表から変化や対応の特徴を捉え、 x の値に対応する y の値を求めることができる	関数	技能	短答
	(2) 比例 $y=2x$ について、 x の値が1から4まで増加したときの y の増加量を求める	比例の式について、 x の値の増加に伴う y の増加量を求めることができる	関数	技能	短答
	(3) 反比例を表した事象を選ぶ	具体的な事象における2つの数量の関係が、反比例の関係になることを理解している	関数	知・理	選択
	(4) 反比例のグラフから式を求める	反比例のグラフ上の点の座標から、 x と y の関係を式で表すことができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

- (1) 1年 p.110–112 変化と対応「比例の式」で、比例の性質を示しています。
- (2) 2年 p.61–63 一次関数「一次関数の値の変化」で、変化の割合について示し、 x の増加量に対する y の増加量を求める問題を扱っています。
- また、3年 MathNaviブック p.17 「変化の割合」で、一次関数の変化の割合を復習しています。
- (3) 1年 p.123 変化と対応「反比例の式」練習問題①で、 y が x に反比例するものを選択する問題、また、p.132「4章の基本のたしかめ」大問1で、関数であるものを選択する問題を扱っています。
- さらに、3年 MathNaviブック p.16 「関数とその式」で、2つの数量の間の関係が関数関係にあるかどうかを復習しています。
- (4) 1年 p.123 変化と対応「反比例の式」で、反比例の式の求め方を示しています。また、p.134「4章の章末問題」大問5、p.235 力をつけよう「まとめの問題」大問2で、確認問題を扱っています。

▼ 1年 p.110

y が x の関数で、その間の関係が、
 $y = ax$ a は定数
 で表されるとき、

y は x に比例する
 といいます。また、定数 a を比例定数といいます。

比例の関係 $y = ax$ を、関数 $y = ax$ ということもあります。

比例
 $y = ax$
 比例定数

▼ 1年 p.111

前ページの表からわかるように、比例の関係 $y = ax$ では、次のことがいえます。

(ア) x の値が2倍、3倍、4倍、……になると、
 y の値も2倍、3倍、4倍、……になる。

(イ) 対応する x と y の値の商 $\frac{y}{x}$ は一定で、
 比例定数 a に等しい。

つまり、 x と y の関係は、 $\frac{y}{x} = a$ とも表される。

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

▼ 1年 p.112

問2 $y = -2x$ について、 x の値に対応する y の値を求めて、次の表を完成させなさい。

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…										…

▼ 2年 p.61

問1 一次関数 $y = 2x + 1$ で、 x の値が5から9まで変わるとき、 y の増加量は、 x の増加量の何倍になりますか。

x	5	9
y	<input type="text"/>	<input type="text"/>

▼ 1年 p.123

① 次の(ア)～(ウ)のうち、 y が x に反比例するものはどれですか。すべて選びなさい。

(ア) 面積が 6 cm^2 の三角形の底辺 $x\text{ cm}$ と高さ $y\text{ cm}$

(イ) 200ページの本を、 x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ

(ウ) 800mの道のりを、分速 $x\text{ m}$ で進むときにかかる時間 y 分

10 一次関数の表・式・グラフ・変域

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
10	(1) 一次関数の表からグラフを選ぶ	一次関数のグラフの特徴について、表と関連付けて理解している	関数	知・理	選択
	(2) 一次関数の式から変化の割合を求める	一次関数 $y=ax+b$ について、変化の割合が一定で a の値に等しいことを理解している	関数	知・理	短答
	(3) 一次関数のグラフから、 x の変域に対応する y の変域を求める	一次関数のグラフから、 x の変域に対応する y の変域を求めることができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.64-68 一次関数「一次関数のグラフ」で、一次関数のグラフの特徴とかき方を示しています。

また、p.72「自分の考えをまとめよう」で、一次関数の表、式、グラフの相互関係をまとめる活動を設定しています。

(2) 2年 p.62 一次関数「一次関数の値の変化」で、一次関数の変化の割合について示し、p.63 練習問題①で、確認問題を扱っています。

また、3年 MathNavi ブック p.17「変化の割合」で、一次関数の変化の割合を復習しています。

(3) 2年 p.61-63 一次関数「一次関数の値の変化」で、変化の割合と x の値の増加に伴う y の値の変化について示しています。

また、p.187 数学広場「グラフで絵をかこう」で、変域に制限のあるグラフの問題を扱っています。

▼ 2年 p.72

自分の考えをまとめよう

これまでに、表、式、グラフを使って、一次関数を調べてきました。ここで、一次関数を1つ決めて、その表、式、グラフをかき、それらの関係についてまとめましょう。

(一次関数の表、式、グラフの関係について)

表	式	グラフ																
$x=0$ のときの y の値 <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>-5</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> </table>	x	...	-2	-1	0	1	2	...	y	...	-5	-3	-1	1	3	...	定数の部分 $y=2x-1$ x に比例する部分	
x	...	-2	-1	0	1	2	...											
y	...	-5	-3	-1	1	3	...											
x の増加量が1のときの y の増加量																		

一次関数 $y=2x-1$ について、表、式、グラフの関係をまとめると、上のようになります。一次関数を考えるときには、表、式、グラフのどれか1つがわかれば、そこからいろいろなことがわかります。

ほかの一次関数ならどうなるのかな？

▼ 2年 p.62

一次関数の変化の割合

一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

上のことは、 x の増加量が1のときの y の増加量が a であることを表しています。したがって、 $y=ax+b$ では、次のことがいえます。

$a > 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は増加する。
 $a < 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

▼ 2年 p.187

ひろがる数学

グラフで絵をかこう

p.74 ~ p.77 方程式とグラフ

一次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ で、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、そのグラフは、点 $(-2, 4)$ と点 $(4, 1)$ を結ぶ線分、つまり、右の図の実線部分になります。

11 一次関数の利用

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
11	一次関数の事象を式で表す	具体的な事象における一次関数の関係を式に表すことができる	関数	技能	短答

◎教科書との関連

2年 p.59 一次関数「一次関数」例1で、一次関数で表される事象について示しています。

また、p.60 練習問題②や p.86 「3章の基本のたしかめ」大問1で、確認問題を扱っています。

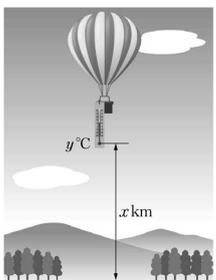
▼ 2年 p.59

例1 上空の気温

気温は、地上から10kmまでは、高度が1km増すごとに6℃ずつ低くなる。地上の気温が20℃のとき、地上から x km 上空の気温を y ℃とすると、

$$y = 20 - 6x$$

となり、 y は x の一次関数である。また、 x が0から10までの範囲の値をとるから、 x と y の関係は、次のように表される。

$$y = 20 - 6x \quad (0 \leq x \leq 10)$$


◎誤答の例と指導のポイント

$y = -3x$ … 水そうに水が20L入っているということから、 x の値が0のとき $y = 20$ であることが読み取れなかったと考えられます。

ポイント 水を抜き始めてからの時間と水そうの水の量の関係を捉えられるようにするため、1分ごとの水そうの水の量を確認し、関係を表に表す活動を取り入れるとよいでしょう。その際、表から変化の割合が -3 で一定であること、これが「毎分3Lの割合で水を抜く」ことに対応していることを確認したり、 $x = 0$ のときの y の値が20であることが、「水が20L入っている」ことに対応していることを確認する場面を設定することが大切です。

12 最頻値の意味・近似値と誤差

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
12	(1) 読んだ本の冊数と人数の関係をまとめた表から、読んだ本の冊数の最頻値を求める	資料を整理した表から最頻値を読み取ることができる	資料の活用	知・理	短答
	(2) ある郵便物の重さについて、デジタルばかりで表示された値を基に、真の値の範囲を選ぶ	測定値が与えられた場面において、近似値と誤差の意味を理解している	資料の活用	知・理	選択

◎教科書との関連

(1) 1年 p.210 資料の活用「代表値と散らばり」で、最頻値について示し、p.221 「7章の基本のたしかめ」大問2で、確認問題を扱っています。

(2) 1年 p.216–217 資料の活用「近似値」例1、問1で、真の値の範囲を不等号を使って表す問題を扱っています。また、p.221 「7章の基本のたしかめ」大問3で、確認問題を扱っています。

▼ 1年 p.210

資料の値の中で、もっとも多く現れる値を**最頻値**、または、**モード**といいます。

問4 あるクラスで、大なわとびを20回おこなったところ、跳んだ回数は、次のようになりました。この20回の記録の最頻値を求めなさい。

15, 11, 14, 17, 20, 8, 11, 6, 14, 8,
10, 12, 16, 18, 14, 10, 14, 8, 6, 14

▼ 1年 p.216

例1 真の値の範囲

ある数 a の小数第1位を四捨五入した近似値が12であるとすると、 a の範囲は、

$$11.5 \leq a < 12.5$$

となる。このとき、誤差の絶対値は0.5以下であるといえる。



13 確率の意味と求め方

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
13	(1) 1枚の硬貨を投げたときの確率について、正しい記述を選ぶ	「同様に確からしい」ことの意味や、前の試行が次の試行に影響しないことを理解している	資料の活用	知・理	選択
	(2) 1から13までの数字が書かれた13枚のカードから5または11のカードをひく確率を求める	簡単な場合について、確率を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.154 確率「確率の求め方」で、同様に確からしいの意味について示し、p.156「みんなで話しあってみよう」で、確率の意味について考える活動を取り入れています。また、p.164「6章の基本のたしかめ」大問2で、確認問題を扱っています。

さらに、3年 MathNavi ブック p.32「確率の意味」で、標本調査の準備として復習しています。

(2) 2年 p.155 確率「確率の求め方」問1で、簡単な場合の確率を求める問題を扱っています。

▼ 2年 p.154

どの場合が起こることも同じ程度であると考えられるとき、同様に確からしいといえます。

▼ 2年 p.156

☺ みんなで話しあってみよう ☺

前ページの例1の箱から玉を1個取り出すとき、赤玉が出る確率は $\frac{4}{9}$ でした。これについて、かりんさんとけいたさんが、次のような会話をしています。2人の考えは正しいでしょうか。

かりん 「確率が $\frac{4}{9}$ だから、この箱から玉を1個取り出してもともどもどす実験を9回おこなえば、赤玉が、かならず4回出るんだね。」

けいた 「回数をもっと増やさなければいけないよ。その実験を900回おこなえば、赤玉が、かならず400回出ると思うよ。」




▼ 3年 MathNavi ブック p.32

中学2年

確率の意味

1つのさいころを投げるとき、1の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ です。この確率の意味を正しく説明しているのは、次のア～ウのどれでしょうか。

ア) 6回投げるとき、そのうち1回はかならず1の目が出る。
 イ) 6回投げるとき、そのうち1回しか1の目が出ない。
 ウ) 3000回投げるとき、500回くらい1の目が出る。

解説 確率は、ことからの起こりやすさの程度を表す数です。1の目が出る確率 $\frac{1}{6}$ は、さいころを6回投げるとき、そのうち1回はかならず1の目が出ることや、そのうち1回しか1の目が出ないことを表す値ではありません。ウのように、たくさん投げたとき、およそ $\frac{1}{6}$ の割合で1の目が出ることを表しています。

確率の考えをもとにして、集団から一部を取り出して調べていることを考えていきましょう。

⇒ 標本調査(本冊 p.196)につながるよ

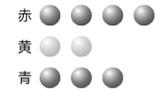
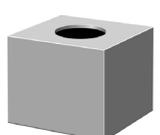
▼ 2年 p.155

例1 玉を取り出すときの確率

赤玉4個、黄玉2個、青玉3個がはいっている箱から玉を1個取り出すとき、赤玉が出る確率は、次のようにして求められる。

(ア) 玉の取り出し方は、全部で9通りである。
 (イ) どの玉の取り出し方も、同様に確からしい。
 (ウ) 赤玉が出る場合は、4通りである。

だから、赤玉が出る確率は $\frac{4}{9}$

問1 例1の箱から玉を1個取り出すとき、次の確率を求めなさい。

(1) 青玉が出る確率
 (2) 青玉または黄玉が出る確率

②は、青でも黄でもいいんだね



問題 B 主として「活用」に関する問題

1 事象の数学的な表現と解釈（ドッジボール大会）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(1) 1試合の時間を16分とするとき、1回の休憩の時間を求める	与えられた情報から必要な情報を適切に選択し、処理することができる	数と式	考え方	短答
	(2) 葉月さんの提案を取り入れたとき、1試合の時間を求めるための方程式をつくる	与えられた情報から必要な情報を適切に選択し、数量の関係を数学的に表現することができる	数と式	考え方	短答
	(3) 1試合の時間を10分とすることができるかについて正しい記述を選び、その理由を式を基に説明する	適切な事柄を判断し、その事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができる	数と式	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)–(3) 1年 p.254–255 数学広場「ドッジボール大会を計画しよう」で、必要な情報を適切に選択し、身のまわりの問題を解決する課題を扱っています。

▼ 1年 p.254-255

数学を通して考えよう

ドッジボール大会を計画しよう

いつでも取り組めます。

はやとさんの学校で、1年のA組からE組までの5クラスが参加するドッジボール大会がおこなわれます。

試合は、各クラスどうしが1回ずつ対戦する総あたり戦です。



対戦表を、次のきまりにしたがってつくります。

▶▶ 対戦のきまり

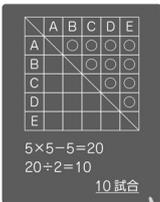
- (ア) 同じクラスが、2試合を連続しておこなうことがないようにする。ただし、昼休みをはさんだ第5試合と第6試合は連続してもよい。
- (イ) 各クラスとも、午前に2試合、午後にも2試合をおこなう。
- (ウ) 試合をおこなわないクラスが審判をする。
- (エ) 各クラスとも、午前と午後それぞれ1試合ずつ、審判をする。
- (オ) 審判をしたクラスは、その次の試合には出場しないようにする。

1 この大会の試合数を求めるのに、あかねさんとはやとさんは、次のように考えました。

2人は、それぞれどのように考えているでしょうか。



あかね



はやと

1試合の時間は15分で、次の試合を始めるまでの時間は5分とします。また、使用するコートは1面だけで、午前にも5試合、午後にも5試合をおこないます。

2 正午に午前の試合を終了し、昼休みを1時間とって、午後は1時から試合をはじめるようにします。午前の最初の試合をはじめる時刻と、午後の最後の試合が終わる時刻は、それぞれ何時何分でしょうか。

	午前		午後	
	対戦クラス	審判	対戦クラス	審判
第1試合			第6試合	
第2試合		B	第7試合	A
第3試合		D	第8試合	
第4試合	B-E		第9試合	B
第5試合		E	第10試合	C-D

すでに決まっている対戦試合や審判を手がかりにして、上の対戦表のあいている部分を考えましょう。

3 対戦のきまりから、まず、第3試合の対戦が決まります。また、同じようにして、第2試合の対戦が決まります。それぞれ決めましょう。

4 3までにわかったことから、第5試合の対戦はどうなるでしょうか。

5 対戦表のあいている部分をすべてうめましょう。

◎誤答の例と指導のポイント

(2) $4x + 4 \times 4 = 60$ … 試合が4回あることから、休憩も4回あると考えています。

ポイント 大会全体の時間が決められていることを前提に、1試合の時間を決めるために方程式を活用する場面を設定するとよいでしょう。その際、試合数、休憩の回数と時間、応援合戦の回数と時間など、大会の計画を立てる上で必要な条件を設定し、方程式をつくるのが大切です。

日常的な事象を数学的な解釈に基づいて観察し、問題解決のために方程式や図を利用したり、言葉で説明したりする活動を取れ入れていきましょう。

2 前提の適切な判断 (前提追究)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
(1)	一次関数の表から $x=4$ のときの y の値を求める	条件を基に、表から数量の変化や対応の特徴を捉え、 x の値に対応する y の値を求めることができる	関数	技能	短答
2 (2)	$x=4$ のとき $y=9$ になるように、 x と y の間の関係を書き加えることについて、正しい記述を選び、その理由を説明する	加えるべき条件を判断し、それが適している理由を説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.61-62 一次関数「一次関数の値の変化」で、 x の値の変化にともなって y の値がどのように変化するか調べています。また、1年 p.122 変化と対応「反比例の式/自分のことばで伝えよう」で、表から反比例の関係を選び、その理由を説明する活動を取り入れています。さらに、3年 p.90「関数 $y=ax^2$ 」の練習問題③で、関数 $y=ax^2$ の関係を前提に表をうめさせる問題を扱っています。

ポイント 条件が不足した問題について考察する場面を設定し、付加する条件を判断したり、その理由を説明する活動を取り入れていくとよいでしょう。

▼ 2年 p.61-62

2 一次関数の値の変化

一次関数で、 x の値の変化にともなって y の値はどのように変化するかを調べましょう。

どんなことがわかるかな

一次関数 $y=2x+1$ で、対応する x, y の値を求めると、次の表のようになります。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	...

x の値が変化したときの y の増加量を調べて、□にあてはまる数を書き入れましょう。

$y=2x+1$ で、 x の値が1から4まで変わるとき、
 x の増加量は、 $4-1=3$
 y の増加量は、 $9-3=6$
 となり、 y の増加量は、 x の増加量の2倍になっています。

問1 一次関数 $y=2x+1$ で、 x の値が5から9まで変わるとき、 y の増加量は、 x の増加量の何倍になりますか。

x の増加量に対する y の増加量の割合を、**変化の割合** といいます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

一次関数 $y=2x+1$ では、変化の割合は、つねに2です。このことは、 x の値が、1から4や、5から9まで変わる場合だけでなく、ほかの場合でも同じです。
 また、この値2は、 x の増加量が1のときの y の増加量です。

どんなことがわかるかな

一次関数 $y=-2x+7$ について、次の表を完成させて、変化の割合を調べましょう。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y

(1) x の値が1から4まで変わるとき、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。
 (2) x の値が□から○まで変わるとき、□や○の数を自分で決めて、 y の増加量を調べ、変化の割合を求めましょう。
 (3) x の増加量が1のとき、 y の増加量を調べましょう。

これまでに調べたことから、次のことがいえます。

一次関数の変化の割合
 一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 a に等しい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

上のことは、 x の増加量が1のときの y の増加量が a であることを表しています。したがって、 $y=ax+b$ では、次のことがいえます。

$a > 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は増加する。
 $a < 0$ のとき、 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

問2 一次関数 $y=\frac{2}{3}x+5$ で、次の場合の y の増加量を求めなさい。
 (1) x の増加量が1のとき (2) x の増加量が3のとき

▼ 1年 p.122

自分のことばで伝えよう ☺

次の表のどちらかは、反比例の関係を表しています。どちらが反比例の関係でしょうか。また、その理由を説明しましょう。

(1)

x	1	2	3	4
y	-12	-6	-4	-3

 (2)

x	1	2	3	4
y	12	9	6	3

▼ 3年 p.90

③ 関数 $y=ax^2$ で、 x と y の関係が次の表のようになるとき、表の空欄をうめなさい。

x	-3	0.5	1	2	
y		1		16	100

-16-

3 事象の数学的な解釈と問題解決の方法（電気自動車とガソリン車）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式	
3	(1)	A車を購入して10年間使用するときの総費用を求める	与えられた情報から必要な情報を選択し、的確に処理することができる	関数	技能	短答
	(2)	B車の使用年数と総費用の関係を表すグラフについて、グラフの傾きが表すものを選ぶ	グラフの傾きを事象に即して解釈することができる	関数	考え方	選択
	(3)	A車とB車について、式やグラフを用いて、2つの総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)–(3) 2年 p.80–81 一次関数「一次関数の利用／身のまわりへひろげよう」で、いくつかの電話の通話プランを比較して、個にあったプランを選択し、そう考えた理由を説明する場面を設けています。また、p.88「3章の章末問題」大問⑦で、水道料金についての問題を扱っています。

さらに、3年 MathNaviブック p.18–19「どちらの店で買おうかな？」で、与えられた情報を選択し、グラフから読み取ったり、表を利用して処理する活動を取り入れています。

ポイント 日常的な事象について、必要な情報を選択したり、判断できるようにするため、表やグラフを事象に対応させて捉え、数学的に説明していく活動を取り入れていくことが大切です。

▼ 2年 p.80–81

3節 一次関数の利用

身のまわりへひろげよう ◀...どのプランがお得かな?

けいたさんのおじいさんは、新しく買う電話の通話プランを選んでいきます。



1 か月あたり

Aプラン
基本料金700円に加え、通話時間1分ごとに45円かかります。

Bプラン
基本料金1600円に加え、通話時間が60分をこえると、こえた分の通話時間1分ごとに40円かかります。

Cプラン
基本料金2400円に加え、通話時間が140分をこえると、こえた分の通話時間1分ごとに35円かかります。

みんなで話しあってみよう ☺

おじいさんの毎月の通話時間が70分だとすると、もっとも安くなるのは、どのプランでしょうか。

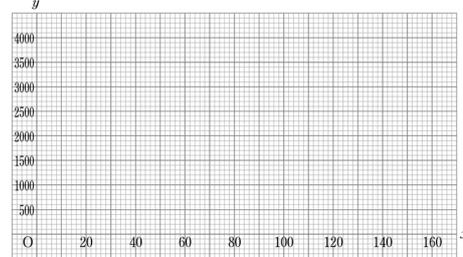
一次関数を利用して、身のまわりの問題を解決しましょう。

1 一次関数の利用

一次関数を利用して、身のまわりの問題を解決しましょう。

電気、水道、通信など、身のまわりには、使用量と料金の関係を一次関数とみることもできるものがあります。前ページの場面で、通話時間と料金の関係を、一次関数の考えを利用して調べましょう。

① 1か月に x 分通話するときの料金を y 円として、前ページのそれぞれのプランの x と y の関係を、グラフに表しましょう。



② AプランとBプランの料金が等しくなるのは、1か月に何分通話した場合でしょうか。

③ BプランとCプランの料金が等しくなるのは、1か月に何分通話した場合でしょうか。

自分のことばで伝えよう ☺

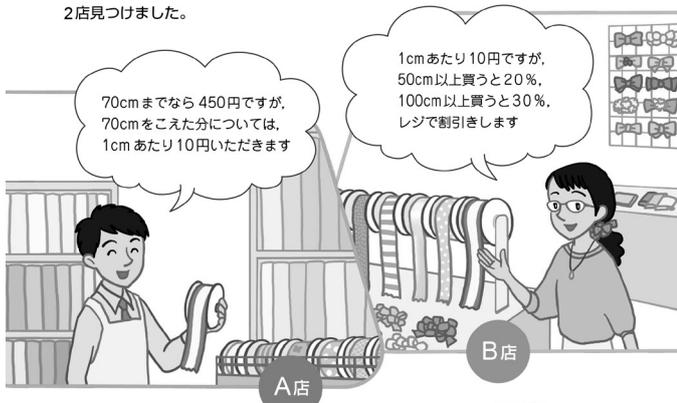
上で調べたことをもとにして、通話時間によって、どのプランがもっとも料金が安くなるかを説明しましょう。



学びを
いかそう

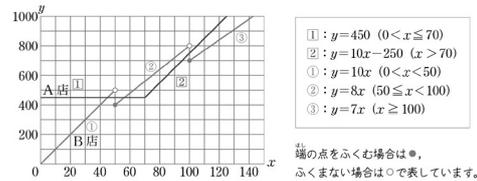
4章 どちらの店で買おうかな？

劇の小道具に使うリボンを買おうと思っている
みさきさんは、ほしいリボンが売られている店を
2店見つけました。



関数を使った店の選び方

それぞれの店で、 x cmのリボンを買ったときの代金を y 円とします。
A店の $y = 450$ の場合もふくめて、下の表域ごとに、それぞれ一次関数と
考えて x と y の関係をグラフに表すと、次のようになります。



グラフからわかること

グラフの交点は関数の式を使って求め、 x cmのリボンが安く買える店を
表にまとめると、次のようになります。

x	...	45	...	50	...	56.25	...	100	...
安い店	B	A, B	A	B	B	A, B	A	B	B

B店の値段設定について

B店では、45cm買うよりも、50cm買った方が安くなります。これは、
50cm以上買うと、割引きされるからです。こうしたことも考えて、もう一度
A店とB店の値段設定を調べると、必要なリボンの長さが t cm のときは、
買う店と買う長さを下の表のようになるとお得なようです。

t	...	40	...	50	...	56.25	...	70	...	95	...	100	...
買う店と 買う長さ(cm)	B	B	B	B	B	A	A	A	A	B	B	B	B
	t	50	50	50	t	70	70	70	t	100	100	100	t

感想

グラフから表をつくって考えると、どちらで買えば安くなるのかが
わかりやすく、とても便利でした。また、グラフから、割引きなどの
しくみ読みとることができれば、じょうずに買い物をする方法が
わかりそうだと思います。

4 筋道を立てて証明し、条件を付加して考えること (ICT 活用)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式	
4	(1)	2つの辺の長さが等しい事を、三角形の合同を利用して証明する	筋道を立てて考え、証明することができる	図形	考え方	記述
	(2)	DA : DC = 1 : 2 のときの $\triangle DEC$ がどのような三角形になるかを説明する	付加された条件の下で、新たな事柄を見だし、説明することができる	図形	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.112-114 図形の調べ方「証明の進め方」で、証明の考え方、書き方を示し、p.132 図形の性質と証明「平行四辺形の性質」で、平行四辺形の性質を示しています。

また、p.141「長方形、ひし形、正方形／ひろげよう」で、平行四辺形に条件を付加していくと、長方形やひし形、正方形になることを調べています。

▼ 2年 p.112-113

2 証明の進め方

三角形の合同条件を使った証明の進め方を学びましょう。

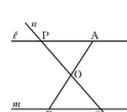
合同な図形では、対応する線の長さ、対応する角の大きさは、それぞれ等しくなります。そのため、線の長さや角の大きさが等しいことを証明するときは、三角形の合同が根拠としてよく使われます。

三角形の合同条件を使った証明の進め方を考えましょう。

どうすればいいかな

右の図で、 $\ell // m$ として、 ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が、 ℓ 、 m と交わる点を、それぞれ、P、Q とすると、

$AP = BQ$ となることを示すには、どうすればよいでしょうか。



上の図では、仮定と結論は、次のようになっています。

仮定 $\ell // m$, $AO = BO$ 結論 $AP = BQ$

そこで、仮定から結論を得るために、次のように考えてみましょう。

●結論を導くためのことから考える

$AP = BQ$ を導くために、AP、BQ を、それぞれ1辺にもつ2つの三角形 $\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ に着目する。

$\triangle OAP \cong \triangle OBQ$ を示せば、 $AP = BQ$ を導けるね

●仮定や仮定から導かれることから考える

$\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ について、長さが等しいといえる辺の大きさが等しいといえる角を見つけ、図に印をつける。

●仮定 $\ell // m$ から、平行線の錯角は等しいので、 $\angle OAP = \angle OBQ$

●対頂角は等しいから、 $\angle AOP = \angle BOQ$

●考えたことに基づきをつける

$\triangle OAP \cong \triangle OBQ$ を示すには、三角形の合同条件のどれを使えばいいかを決める。

●これまでに調べたことから、証明は、次のように書くことができます。

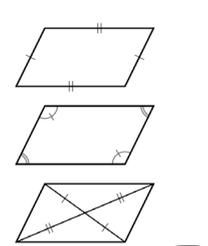
証明

$\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ で、
 仮定より、O は AB の中点だから、
 $AO = BO$ ……①
 対頂角は等しいから、
 $\angle AOP = \angle BOQ$ ……②
 $\ell // m$ から、平行線の錯角は等しいので、
 $\angle OAP = \angle OBQ$ ……③
 ①、②、③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle OAP \cong \triangle OBQ$
 合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、
 $AP = BQ$

▼ 2年 p.132

平行四辺形の性質

- ① 平行四辺形の2組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。
- ② 平行四辺形の2組の向かいあう角は、それぞれ等しい。
- ③ 平行四辺形の対角線は、それぞれの midpoint で交わる。



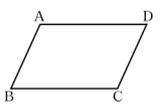
▼ 2年 p.141

平行四辺形の辺や角にどのような条件が加わると、長方形やひし形になるか調べましょう。

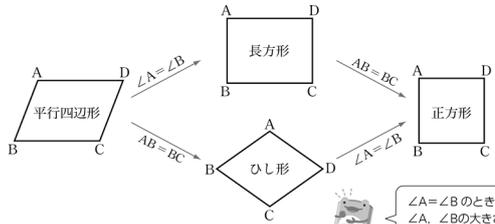
どうなるかな

次の①～③のような $\square ABCD$ は、それぞれ、どんな四角形でしょうか。

- (1) $\angle A = \angle B$ である $\square ABCD$
- (2) $AB = BC$ である $\square ABCD$
- (3) $\angle A = \angle B$, $AB = BC$ である $\square ABCD$



上の図で調べたことから、次のような関係があることがわかります。



見方・考え方
逆向きにある長方形、ひし形、正方形になる条件を考える

$\angle A = \angle B$ のときには、 $\angle A$, $\angle B$ の大きさは決まるね

5 情報の適切な選択と判断 (貸し出し用の靴)

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式	
5	(1)	24.5 cm の靴を最も多く買うという考えが適切ではない理由を、グラフの特徴を基に説明する	資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる	資料の活用	考え方	記述
	(2)	25.5 cm の靴が貸し出された回数の相対度数を求める式を書く	与えられた情報から必要な情報を選択し、数学的に表現することができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

(1)(2) 1年 p.206 資料の活用「度数分布」で相対度数について、p.210「代表値と散らばり」で最頻値について示し、p.212「分布の形と代表値」で、ヒストグラムに表された分布の形と、平均値や中央値、最頻値との関係を考察しています。

ポイント 目的に応じて収集したデータから、傾向を読み取り、状況を把握して、問題を解決していけるような場面を設定していくことが大切です。

▼ 1年 p.206

各階級の度数の、全体に対する割合を、その階級の相対度数そうたいどすうといいます。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

▼ 1年 p.210

■ 最頻値

どうなるかな

ある中学校の1年生男子24人の運動くつくつのサイズ(cm)を調べると、次のようでした。

25, 24, 24, 25, 26, 26, 27, 25, 24, 25, 24, 23, 25, 25, 26, 25, 26, 25, 25, 26, 24, 23, 25, 26

どのサイズの生徒がいちばん多いでしょうか。

サイズ (cm)	人数
23	T
24	

くつくつや帽子などの製造業者は、なるべく多くの人に適するように、製品のサイズを決めて、製造する個数を調節する必要があります。そのようなとき、たくさんの人を対象にした調査をおこない、もっとも多く現れる値を代表値として判断することがあります。

資料の値の中で、もっとも多く現れる値を最頻値さいひんち、または、モードモードといいます。

▼ 1年 p.212

■ 分布の形と代表値

ヒストグラムで表された分布の形と、平均値、中央値、最頻値との関係を見てみましょう。

208ページのA選手の記録をヒストグラムに表すと、右の図1のように、ほぼ左右対称な山の形になっています。このようなときには、平均値、中央値、最頻値はすべて近い値になります。

また、208ページのB選手の記録をヒストグラムに表すと、右の図2のようになります。平均値は、A選手の平均値とほぼ同じですが、ヒストグラムは左に長くすそをひいていて、中央値と最頻値は、平均値よりも大きな値になっています。

上のA選手、B選手の記録のような分布の形以外にも、下の図3のような、山が2つの形や、図4のような、右に長くすそをひく形の分布になる場合もあります。

図1 A選手

図2 B選手

図3 クイズ大会の点数

図4 A店の商品の値段

このような違いにも注意して、代表値は目的にあったものを選ぶことがたいせつになります。

6 問題解決の方法と式変形の過程の振り返り（数当てゲーム）

問題番号	問題の概要	出題の趣旨の概要	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1) 最初に決めた数が5のとき、手順通りに求めた数を書く	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる	数と計算 (小学校4年)	技能	短答
	(2) 文字を使って手順通りに求めた数から最初に決めた数を当てる方法を説明する	与えられた式を用いて、問題を解決する方法を数学的に説明することができる	数と式	考え方	記述
	(3) 当てる方法を変えるとき、新しい数当てゲームの手順について当てはまる言葉を選ぶ	計算の過程を振り返って考え、数当てゲームの新しい手順を完成することができる	数と式	考え方	選択

◎教科書との関連

(1)–(3) 1年 MathNavi ブック p.12–13 「数あてマジック」で、文字式を使って、数あてマジックのしくみを考えたり、2年 p.33 数学展望台「誕生日をあてる」で、誕生日のあて方を文字式を使って説明していく活動を取り入れています。

▼ 1年 MathNavi ブック p.12-13

2章 数あてマジック

近頃の商店のイベントで、マジックショーがありました。

どんな数でもかまいません。はじめに整数を1つ思い浮かべてください。その数に5をたしててください。その答えを2倍してください。その答えから4をひいてください。その答えを2でわってください。その答えからはじめに思った数をひいてください。

どんな数になりましたか？ みんなでいっせいに書してください。

えー!! 3!! 3!! 3!!

思った数は別々ののに、どうしてみんな同じ数になったのさ？ 文字式を使って考えられないかな？

数あてマジックのしくみ

文字式を使って調べ

はじめに思い浮かべた整数は、人によって違うので、文字を使って n とすると、このマジックでは、次のような計算をしていることになります。

はじめに整数を1つ思い浮かべてください。	n
その数に5をたしててください。	$n+5$
その答えを2倍してください。	$(n+5) \times 2 = 2n+10$
その答えから4をひいてください。	$2n+10-4 = 2n+6$
その答えを2でわってください。	$(2n+6) \div 2 = n+3$
その答えからはじめに思った数をひいてください。	$n+3-n=3$

n がなくなることから、はじめに思い浮かべる数がどんな数でも、その結果はいつでも3になることがわかります。

私がつくった数あてマジック

はじめに整数を1つ思い浮かべてください。	m
その整数とその整数より1大きい数をたしててください。	$m+(m+1) = 2m+1$
その答えに9をたしててください。	$2m+1+9 = 2m+10$
その答えを2でわってください。	$(2m+10) \div 2 = m+5$
その答えからはじめに思った数をひいてください。	$m+5-m=5$

その数は5ですね。

解説

文字式を使ってしくみを考えると、どんな計算をしているかということ、はじめに思い浮かべた数 n がなくなることがとてもわかりやすかったです。そして、自分で数あてマジックをつくる時にも、文字を使うと考えやすかったです。次は、もう少し複雑な数あてマジックをつくってみたいですね。

▼ 2年 p.33

数学展望台

誕生日をあてる

あすか 「ちひろさん、あなたの生まれた日を25倍して、8をたしてみて。」

ちひろ 「OK」

あすか 「次に、その数を4倍して、1をたしてみて。」

ちひろ 「できたよ。それから？」

あすか 「それに、あなたの生まれた月をたして、33をひいてみて。いくつになる？」

ちひろ 「1607になったよ。」

あすか 「ちひろさん、あなたの誕生日は7月16日でしょう？」

ちひろ 「すごい、あたってる。」

あすかさんは、ちひろさんの誕生日をどのようにしてあてたのでしょうか。

◎誤答の例と指導のポイント

(3) エ…手順⑤の結果が $5a+10$ であることから、「 $5a+10$ から10をひくと $5a$ になる」と捉えたと考えられます。

ポイント 問題解決の過程を振り返って考えることができるようにするため、数学的な処理の手順を目的に応じて変える場面を設定することが大切です。

◆ MEMO ◆



本社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道4丁目3-25	TEL.06-6779-1531
札幌支社	〒003-0005	札幌市白石区東札幌5条2丁目6-1	TEL.011-842-8595
東京支社	〒113-0023	東京都文京区向丘2丁目3-10	TEL.03-3814-2151
東海支社	〒461-0004	名古屋市東区葵1丁目4-34双栄ビル2F	TEL.052-935-2585
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1-7-11広島CDビル5F	TEL.082-261-7246
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1-5-6ハイヒルズビル5F	TEL.092-725-6677

<http://www.shinko-keirin.co.jp/>

平成28年7月 教授用資料

本資料における解説資料の引用については、国立教育政策研究所より許可を得て制作しております。