教科書を活用した指導のポイント集

平成26年度全国学力・学習状況調査

中学校数学編

MATHEMATICS

理数教育の未来へ
啓林館

教科書を活用した指導のポイント集

～平成 26 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学編～

問題のタイトル部分（例：$\boxed{1}$　分数の除法の計算・正の数と負の数とその計算），及び，概要等の表組み部分（問題番号，問題の概要，出題の趣旨，学習指導要領の領域，評価の観点，問題形式）は，国立教育政策研究所による「解説資料」からの引用です。

平成26年度　全国学力・学習状況調査について

平成26年4月に，中学校第3学年の全生徒を対象とした標記の調査が行われました。出題は，従前と同様，主として「知識」に関する問題を中心とした「問題A」と，主として「活用」に関する問題を中心とした「問題B」で行われたところです。

問題の内容を見ますと，いくつかの特徴を挙げることができます。

まず，「問題A」では，「数量や図形などについての知識・理解」（以下，「知識・理解」という。）を見る問題が，「数学的な技能」（以下，「技能」という。）を見る問題よりも多く出題され，総問題数の約60％にあたっています。数学の問題では，「数学的な技能」を問うことが多いですから，「知識・理解」の問題を作成する事例を学ぶ資料となるでしょう。

また，「知識・理解」を問う問題の中で，約4割が「意味の理解」を問うています。その内容は，絶対値の意味，移項の意味，関数の意味，確率の意味など用語そのものの意味を問う問題にとどまらず，証明の意味などを問うものもあります。さらに，2つの概念を関連付けて理解しているかどうかを見る問題（A 13 (2)）もあります。このように出題が多彩になっているのは，学習指導要領に「意味，意義，必要性の理解」が強調されているからです。

一方，「問題B」では，問題作成の枠組みを「活用の文脈や状況」「活用される数学科の内容（領域）」「数学的なプロセス」の3つの視点から整理しています。

「活用の文脈や状況」では，数学が実生活や身の回りの事象で活用されたり，他教科などの学習で活用されたり，算数・数学の世界で活用されたりすることを想定しています。この枠組みの基に作成されている問題を生徒に示すことによって，数学が役に立つということを深く理解させることができるでしょう。また，「数学的なプロセス」では，数学化，情報活用，数学的な解釈・表現，問題解決，結果の評価・改善，他事象との関連付け，事象の統合，多面的思考といった内容が示され，これも数学学習の必要性として，生徒に話す内容として参考になるでしょう。

問題をみると，関数領域と図形領域における出題傾向は今後の学習指導の力点を示しているように捉えることができます。関数領域では，グラフの読み取りとその解釈・説明が問われていて，図形領域では，文化祭の準備をテーマに空間認識を見る問題が取り上げられ，授業における数学的活動の在り方を示唆しています。

このような出題傾向をよく分析し，日々の学習活動の充実にいかすことが大切です。具体的には，学習指導要領が求めている，学ぶ必要性や意味・意義の理解を大切にするとともに，「数学が活用される文脈や状況」を踏まえた学習指導を通して，生徒が主体的に考え判断し，数学的に説明することを大切にする「数学的活動の一層の充実」を図ることです。

本冊子は，学力・学習状況調査問題と啓林館教科書の記述内容とを関連付けて，問われている学力の向上は，教科書に沿った指導を充実させることで可能であることを示しています。この冊子をもとに，学習指導の改善を図る取り組みを充実させてください。特に，学力・学習状況調査の出題の趣旨と問題との関係を読み取り，学習指導要領の目標や内容に沿って適切に評価する方法について考える研修の資料としても活用してください。

啓林館教科書編集委員会

問題A　主として「知識」に関する問題

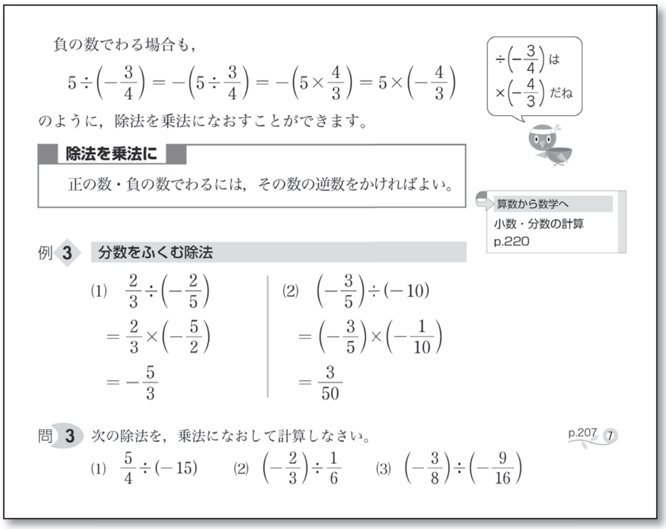
1　分数の除法の計算・正の数と負の数とその計算

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(1)	$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$ を計算する	分数の除法の計算ができる	数と式 (小学校6年)	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 1年 p.37　正の数・負の数「分数をふくむ除法」で，負の数をふくむ 分数 ÷ 分数 の計算の仕方を示しています。
　1年 p.220　算数から数学へ「小数・分数の計算」で，分数の除法の計算の仕方を示しています。

▼ 1年 p.37


負の数でわる場合も，

$$5 \div \left(-\frac{3}{4}\right) = -\left(5 \div \frac{3}{4}\right) = -\left(5 \times \frac{4}{3}\right) = 5 \times \left(-\frac{4}{3}\right)$$

のように，除法を乗法になおすことができます。

除法を乗法に

正の数・負の数でわるには，その数の逆数をかければよい。

算数から数学へ
小数・分数の計算
p.220

例 3　分数をふくむ除法

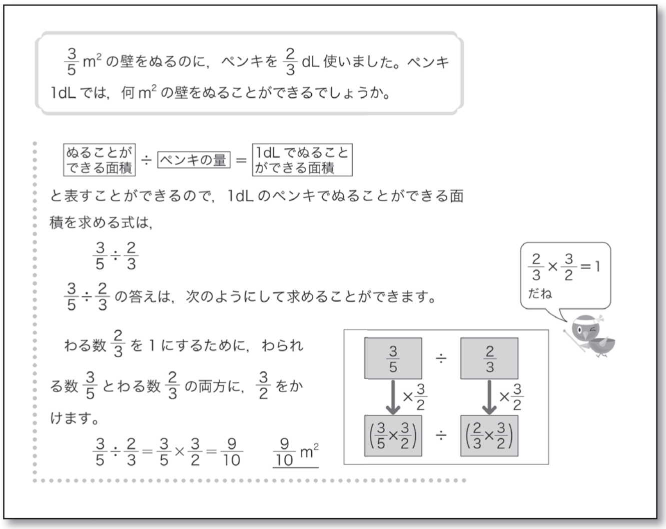
(1) $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{2}{5}\right)$
$= \frac{2}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right)$
$= -\frac{5}{3}$

(2) $\left(-\frac{3}{5}\right) \div (-10)$
$= \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{10}\right)$
$= \frac{3}{50}$

問 3　次の除法を，乗法になおして計算しなさい。　p.207 7

(1) $\frac{5}{4} \div (-15)$　(2) $\left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{6}$　(3) $\left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(-\frac{9}{16}\right)$

▼ 1年 p.220


$\frac{3}{5}$ m² の壁をぬるのに，ペンキを $\frac{2}{3}$ dL 使いました。ペンキ1dL では，何 m² の壁をぬることができるでしょうか。

$\boxed{\text{ぬることができる面積}} \div \boxed{\text{ペンキの量}} = \boxed{\text{1dL でぬることができる面積}}$

と表すことができるので，1dL のペンキでぬることができる面積を求める式は，

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$ の答えは，次のようにして求めることができます。

わる数 $\frac{2}{3}$ を 1 にするために，わられる数 $\frac{3}{5}$ とわる数 $\frac{2}{3}$ の両方に，$\frac{3}{2}$ をかけます。

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$　$\underline{\frac{9}{10}\ m^2}$

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(2)	$2 \times (-5^2)$ を計算する	指数を含む正の数と負の数の計算ができる	数と式	技能	短答
	(3)	−7の絶対値を書く	絶対値の意味を理解している	数と式	知・理	短答
	(4)	35を基準にして38を正の数で表す	正の数と負の数の意味を，実生活の場面に結び付けて理解している	数と式	知・理	短答

◎教科書との関連

(2) 1年 p.40　正の数・負の数「指数をふくむ計算」で，その計算の仕方を示しています。
(3) 1年 p.17　正の数・負の数「絶対値と数の大小」で，絶対値の意味を数直線を使って示しています。
(4) 1年 p.16　正の数・負の数「目標を基準にして」で，目標との違いを正負の数を使って表す仕方を示しています。

ポイント　身近な例から，ある基準の量からの増減や過不足を正の数・負の数を使って表すことを学び，数学が日常生活と関連があることを知らせ，計算の意味を考えられるようにします。

▼ 1 年 p.40

例 2 **指数をふくむ計算**

$$(-2)^3 \div (-3)^2 = (-8) \div 9$$
$$= -\frac{8}{9}$$

問 2 次の計算をしなさい。

(1) $(-3)^3$　(2) -5^3　(3) -1.5^2

(4) $(-4)^2 \times (-7)$　(5) $(-6^2) \div (-2)^3$

▼ 1 年 p.16

ある量を考えるとき，基準を決めて，それからの増減や過不足などを，正の数，負の数で表すこともあります。

例 3 **目標を基準にして**

中山さんは，バスケットボールの試合で，
10 得点することを目標にしている。
このとき，目標としていた得点との違い(ちが)は，
　16 得点すると，＋6 得点
　7 得点すると，－3 得点
のように表される。

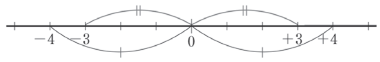
問 2 ある工場では，製品の 1 日の生産目標を 200 個と決めています。ある週の月曜日から金曜日までの生産数は，下の表のようになりました。
この表の空欄(くうらん)をうめなさい。

曜　日	月	火	水	木	金
生産数(個)	210	195	203	193	200
目標(200 個)との違い	＋10	－5			

▼ 1 年 p.17

＋3 に対して －3，－4 に対して ＋4 のように，＋，－ の符号をとりかえた数をつくることを，符号を変える といいます。

ある数と，その符号を変えた数とは，数直線上では，0 について反対側にあって，0 からの距離(きょり)が等しくなっています。

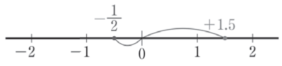


数直線上で，0 からある数までの距離を，その数の **絶対値**(ぜったいち) といいます。

0 の絶対値は 0 です。

例 1 **絶 対 値**

＋3 の絶対値は 3
－4 の絶対値は 4
＋1.5 の絶対値は 1.5
$-\frac{1}{2}$ の絶対値は $\frac{1}{2}$



2　文字式の計算とその利用

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(1)	「プールの水の深さは120cm以下である」という数量の関係を表した不等式を書く	数量の大小関係を不等式に表すことができる	数と式	技能	短答
	(2)	$10xy \div 5x$ を計算する	単項式どうしの除法の計算ができる	数と式	技能	短答
	(3)	$a=2$，$b=3$ のときの式 ab^2 の値を求める	指数を含む文字式に数を代入して式の値を求めることができる	数と式	技能	短答
	(4)	男子 m 人と女子 n 人が1人2個ずつ持った風船の合計数を，m と n を用いて表した式を選ぶ	数量を文字式で表すことができる	数と式	技能	選択

◎教科書との関連

(1) 1年 p.68−70　文字の式「大小関係を表す式」で，数量の大小関係を不等号を使って表す仕方を示しています。

(2) 2年 p.21　式の計算「単項式の除法」で，単項式の除法の計算の仕方を示しています。

(3) 1年 p.56−58　文字の式「式の値」で，式の中の文字に値を代入して，その値を求める仕方を示しています。

(4) 1年 p.50−51　文字の式「数量を文字で表すこと」で，文字を使って数量を表す仕方を示し，文字式の表し方を学習した後，1年 p.54−55で，文字式の表し方にしたがって，いろいろな数量を表すことを扱っています。

▼ 1年 p.68

◆◆◆大小関係を表す式◆◆◆

前ページので，かりんさんが貯金した金額では，楽譜2冊とハーモニカを買えなかったとすると，

$8a$ は $2b+3000$ より小さい

ことになります。この関係を次のように表します。

$8a < 2b + 3000$

貯金した金額
$8a$ 円
楽譜2冊とハーモニカの代金の合計
$2b+3000$（円）

このように不等号を使って，2つの数量の大小関係を表した式を **不等式**（ふとうしき） といいます。

不等式で，不等号の左側の式を **左辺**，右側の式を **右辺**，その両方をあわせて **両辺** といいます。

不等式
$\underbrace{\underset{\text{左辺}}{8a}<\underset{\text{右辺}}{2b+3000}}_{\text{両辺}}$

▼ 2年 p.21

例3　単項式の除法

(1) $8xy \div 4x$
$= \dfrac{8xy}{4x}$
$= \dfrac{\overset{2}{\cancel{8}} \times \overset{1}{\cancel{x}} \times y}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{1}{\cancel{x}}}$
$= 2y$

(2) $6a^2 \div 2a$
$= \dfrac{6a^2}{2a}$
$= \dfrac{\overset{3}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times a}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \underset{1}{\cancel{a}}}$
$= 3a$

$A \div B = \dfrac{A}{B}$

▼ 1年 p.57

例4　a^2 の値，$-a^2$ の値

$a=-3$ のとき，

(1) $a^2 = (-3)^2$
$= (-3) \times (-3)$
$= 9$

(2) $-a^2 = -(-3)^2$
$= -\{(-3) \times (-3)\}$
$= -9$

$(-3)^2 = (-3) \times (-3)$ だったね

問5　a の値が次の場合に，a^2 の値を求めなさい。
(1) $a=6$　　(2) $a=-2$

問6　x の値が次の場合に，$-x^2$ の値を求めなさい。
(1) $x=\dfrac{1}{2}$　　(2) $x=-1$

p.208 15

▼ 1年 p.69

不等号には，＞，＜のほかに，≧，≦があります。

2つの数 a，b について，「a は b 以上である」というのは，$a>b$ か $a=b$ ということで，これを記号≧，≦を使って，

$a \geqq b$　または　$b \leqq a$

と表します。

「a が b 以上」と「b が a 以下」は同じことだね

例3　≧，≦を使って関係を表す

重さ2kgの箱に，1個3kgの品物を何個か入れて，全体の重さを20kg以下にしたい。このとき，品物の個数を x 個とすると，この関係は次のように表される。

$3x+2 \leqq 20$

▼ 1年 p.54

◆◆◆文字式と数量◆◆◆

これまでに学んだ文字式の表し方にしたがって，いろいろな数量を式に表してみましょう。

例4　代金とおつり

5000円を出して，1個 x 円のケーキを6個買った。

このときのおつりは，

5000円 − 代金

で表される。

また，代金は，

$x \times 6 = 6x$（円）

だから，おつりは次のように表される。

$5000 - 6x$（円）

問7　次の数量を表す式を書きなさい。
(1) 4人が a 円ずつ出して，500円の品物を買ったときの残金
(2) 1個 x 円のりんご3個と1個 y 円のみかん5個を買ったときの代金

例5　速さ・時間・道のり

算数から数学へ
速さ・時間・道のり
p.221〜p.222

遠足で，道のり x km のハイキングコースを，3時間かかって歩いたときの速さは，

道のり ÷ 時間

で求められるので，次のように表される。

x km
1時間
3時間

$x \div 3 = \dfrac{x}{3}$ （km/h）

km/h は，時速を表す単位で h は hour(時) の頭文字だよ

問8　次の数量を表す式を書きなさい。
(1) 時速4kmで，x 時間歩いたときの道のり
(2) x km 離れた町まで，時速2kmで歩いたときにかかった時間

3　方程式の解き方とその利用

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(1)	一元一次方程式を解くとき，移項が行われている式変形として正しいものを選ぶ	等式の性質と移項の関係を理解している	数と式	知・理	選択
	(2)	一元一次方程式 $\dfrac{x-1}{3}=2$ を解く	分数を含む一元一次方程式を解くことができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 1年 p.80　方程式「移項して方程式を解く①」で，数の項を右辺に移項して解く解き方を示しています。
また，p.80－81 の鉛筆マークの付箋の中で，移項した式を図解しています。

(2) 1年 p.82－83　方程式「いろいろな方程式」で，分数を含む方程式の解き方や練習問題を扱っています。また，一次方程式を解く手順をまとめています。

▼ 1年 p.80

例 1　移項して方程式を解く①

$3x+20=5$

左辺の 20 を右辺に移項して，

$3x=5-20$

$3x=-15$

$x=-5$

$3x+20=5$

移項

$3x=5-20$

▼ 1年 p.81

$7x-2=6+3x$

移項　移項

$7x-3x=6+2$

▼ 1年 p.82-83

◆◆◆いろいろな方程式◆◆◆

かっこがある方程式は，かっこをはずしてから解きます。

例題 2　次の方程式を解きなさい。　かっこがある方程式の解き方

$7(x-5)=9x+1$

解答

$7x-35=9x+1$

$7x-9x=1+35$

$-2x=36$

$x=-18$

ふりかえり
分配法則
$7(x-5)=7x-35$

問 4　次の方程式を解きなさい。　p.210 28

(1) $4x+1=3(x+2)$　(2) $2(x-4)=9x+20$

(3) $-4(x+3)=5(x-6)$　(4) $5-2(7x-2)=1$

方程式 $x=\dfrac{1}{2}x+1$ を解いてみましょう。

まず移項するのかな

分数をふくむ方程式では，分母の公倍数を両辺にかけて，分数をふくまない式になおしてから解くこともできます。

例題 3　次の方程式を解きなさい。　分数をふくむ方程式の解き方

$\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{1}{5}x+2$

考え方　両辺に 2 と 5 の公倍数 10 をかけます。

解答

$\dfrac{x+1}{2}\times10=\left(\dfrac{1}{5}x+2\right)\times10$

$(x+1)\times5=2x+20$

$5x+5=2x+20$

$3x=15$

$x=5$

分数がなくなると計算しやすいね

例題 3 のように，方程式の両辺に分母の公倍数をかけて，分数をふくまない方程式になおすことを，分母をはらう といいます。

問 5　次の方程式を解きなさい。　p.210 29

(1) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{1}{2}x+4$　(2) $\dfrac{3}{4}x-7=2x+\dfrac{1}{2}$

(3) $\dfrac{9x-5}{6}=\dfrac{8+x}{3}$　(4) $\dfrac{2x+1}{3}=\dfrac{5x-8}{4}$

みんなで話しあってみよう

次の方程式を手ぎわよく解くには，どんなくふうが考えられるでしょうか。

(1) $-0.3x+2=0.1x+1.5$　(2) $80x=240(x-2)$

(3) $0.5x-2.5=-x+2$　(4) $0.2x-0.07=-0.3x+0.05$

これまでに学んだ方程式は，移項して整理すると，

$ax=b$

の形になります。

このような方程式を **一次方程式** といいます。

一次方程式は，次の手順で解くことができます。

一次方程式を解く手順

❶ 必要であれば，かっこをはずしたり，分母をはらったりする。

❷ 文字の項を一方の辺に，数の項を他方の辺に集める。

❸ $ax=b$ の形にする。

❹ 両辺を x の係数 a でわる。

$3(x-2)=x+2$ ❶

$3x-6=x+2$ ❷

$3x-x=2+6$ ❸

$2x=8$ ❹

$x=4$

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(3)	連立二元一次方程式をつくるために着目する数量を選び，式で表す	着目する必要がある数量を見いだし，その数量に着目し，連立二元一次方程式をつくることができる	数と式	知・理	短答
	(4)	連立二元一次方程式 $\begin{cases} y=3x-2 \\ y=2x+3 \end{cases}$ を解く	簡単な連立二元一次方程式を解くことができる	数と式	技能	短答

◎教科書との関連

(3) 2 年 p.42−46　連立方程式「連立方程式の利用」の例題の考え方などで，数量の関係に着目させています。

(4) 2 年 p.34−40　連立方程式「連立方程式の解き方」で，連立二元一次方程式を解くことについて学習しています。

▼ 2 年 p.43

例題 1　ある博物館の入館料は，おとな 2 人と中学生 1 人で 1300 円，おとな 1 人と中学生 2 人で 1100 円です。おとな 1 人と中学生 1 人の入館料は，それぞれいくらですか。

代金の問題

身のまわりへの利用

川越歴史博物館
(埼玉県川越市)

考え方　問題の中の数量の関係を調べると，次のようになります。
(おとな 2 人の入館料)＋(中学生 1 人の入館料)＝1300 (円)
(おとな 1 人の入館料)＋(中学生 2 人の入館料)＝1100 (円)

解 答

おとな 1 人を x 円，中学生 1 人を y 円とすると，

$$\begin{cases} 2x+y=1300 & \cdots\cdots① \\ x+2y=1100 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

$$②\times2 \quad 2x+4y=2200 \quad \cdots\cdots②'$$

$$②'-① \quad 3y=900$$

$$y=300$$

$y=300$ を①に代入して，　$x=500$

$(x,\ y)=(500,\ 300)$

おとな 1 人 500 円，中学生 1 人 300 円

例題 1 で，おとなの入館料を 500 円，中学生の入館料を 300 円とすると，
おとな 2 人と中学生 1 人で 1300 円，
おとな 1 人と中学生 2 人で 1100 円
となり，これは問題にあっています。

▼ 2 年 p.37

◆◆◆代 入 法◆◆◆

1 つの文字を消去するのに，加減法とは別の方法があります。

例 2　代入して文字を消去する

$$\begin{cases} y=x-2 & \cdots\cdots① \\ 5x+3y=18 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

数の代入と同じように，②の y に①の $x-2$ を代入して，

$$5x+3(x-2)=18$$

これを解くと，　$x=3$

この値を，①の x に代入して，　$y=1$

よって，この連立方程式の解は，$(x,\ y)=(3,\ 1)$

$y=x-2$
$5x+3y=18$
⬇ 代入する
$5x+3(x-2)=18$

このように，代入によって 1 つの文字を消去する方法を**代入法**といいます。

4　線対称な図形・垂直二等分線の作図・回転移動

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(1)	線対称な図形を完成する	対称軸が与えられたときに，線対称な図形を完成することができる	図形(小学校 6 年)	技能	短答

◎教科書との関連

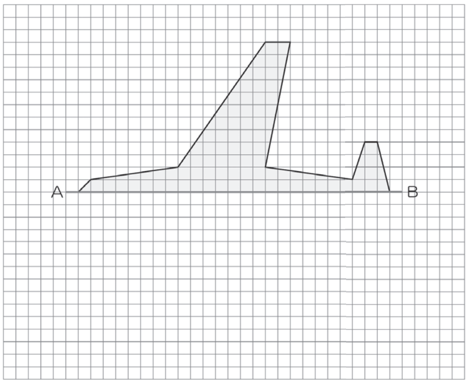
(1) 小学校わくわく算数 6 上 p.8−11 で，線対称な図形の性質とかき方について学習しています。

1 年 p.224　算数から数学へ「対称な図形」で，線対称な図形の性質を取り上げています。

▼ 啓林館わくわく算数６上 p.11

⑨ 直線ABが対称の軸になるように，線対称な図形をかきましょう。

どんな形になりますか。

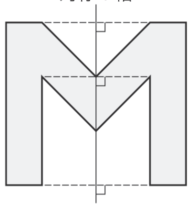


▼ 1年 p.224

〈線対称な図形の性質〉

① 対応する２つの点を結ぶ直線は，対称の軸と垂直に交わります。

② その交わる点から，対応する２つの点までの長さは等しくなっています。



問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(2)	与えられた方法で作図される直線について，正しい記述を選ぶ	線分の垂直二等分線の作図の方法について理解している	図形	知・理	選択
	(3)	与えられた角が回転移動した後の角を選ぶ	図形の回転移動について，移動前と移動後の２つの図形の辺や角の対応を読み取ることができる	図形	技能	選択

◎教科書との関連

(2) 1年 p.139　平面図形「垂直二等分線」で，四角形（ひし形）の対称性を根拠にした線分の垂直二等分線の作図の仕方を示しています。

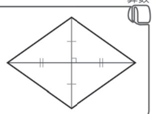
(3) 1年 p.134　平面図形「図形の移動」で，回転移動について学習しています。

▼ 1年 p.139

◆◆◆垂直二等分線◆◆◆

ふりかえり　算数

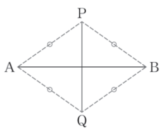
ひし形は線対称な図形で，２本の対角線は，それぞれ対称の軸になっています。



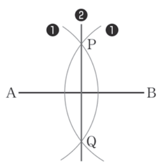
算数から数学へ
対称な図形
p.224〜p.225

上の ふりかえり から，ひし形の１つの対角線は，もう１つの対角線の垂直二等分線になります。

そこで，線分ABの垂直二等分線は，線分ABを１つの対角線とするひし形AQBPをつくることを考えると，かくことができます。

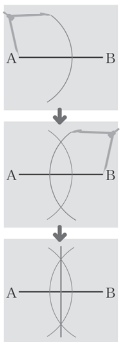


線分の垂直二等分線の作図



❶ 線分の両端の点A，Bを，それぞれ中心として，等しい半径の円をかく。

❷ この２円の交点をP，Qとし，直線PQをひく。



私たちは，図をかくとき，定規，コンパス，ものさし，分度器などを使いますが，上の作図では，

直線をひくための定規，

円をかいたり，線分の長さをうつしとったりするためのコンパス

だけを使っています。

これからは，作図といえば，定規とコンパスだけを使うものとして，いろいろな作図のしかたを調べましょう。

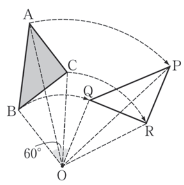
▼ 1年 p.134

◆◆◆回転移動◆◆◆

平面上で，図形を１つの点Oを中心として，一定の角度だけまわして，その図形を移すことを **回転移動** といいます。
このとき，中心とした点Oを，**回転の中心** といいます。

例 2　回転移動

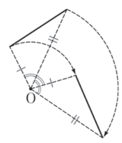
右の図で，△PQRは，△ABCを，点Oを回転の中心として，時計の針の回転と同じ向きに60°だけ回転移動したものである。



問 4　例 2 で，対応する点A，Pと回転の中心Oを結んだ線分OA，OPの長さについて，どんなことがいえますか。

回転移動では，次のことがいえます。

対応する点は，回転の中心からの距離が等しく，回転の中心と結んでできた角の大きさはすべて等しい。

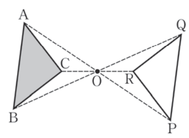


問 5　例 2 で，△ABCを，点Oを回転の中心として，180°回転移動した図をかきなさい。

p.212 40

算数から数学へ
対称な図形
p.224〜p.225

回転移動の中で，特に，180°の回転移動を **点対称移動** といいます。



点対称移動では，対応する点と回転の中心は，それぞれ１つの直線上にあります。

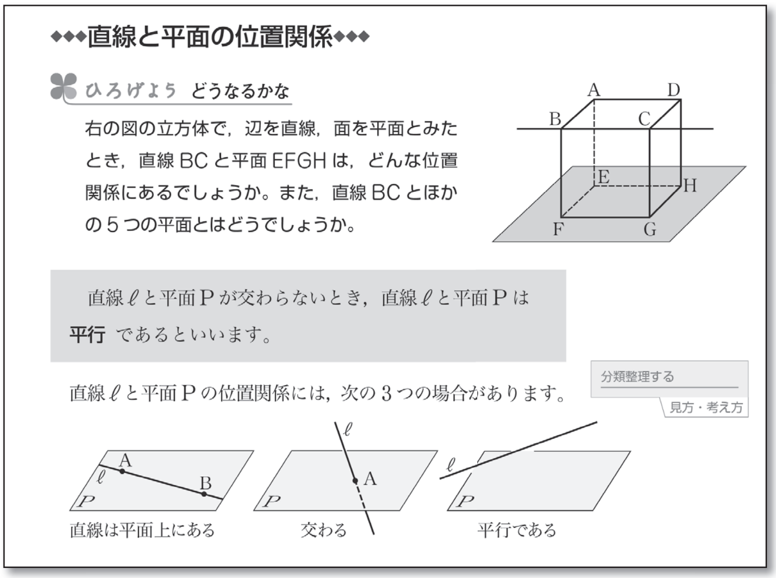
5 空間図形

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(1)	直方体の１つの面の対角線を含む直線と平行な面を書く	空間における直線と平面の平行について理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

(1) 1年 p.164−165　空間図形「直線と平面の位置関係」で，直線と平面の位置関係を分類して示しています。

▼ 1 年 p.164


◆◆◆直線と平面の位置関係◆◆◆

ひろげよう　どうなるかな

右の図の立方体で，辺を直線，面を平面とみたとき，直線 BC と平面 EFGH は，どんな位置関係にあるでしょうか。また，直線 BC とほかの５つの平面とはどうでしょうか。

直線 ℓ と平面 P が交わらないとき，直線 ℓ と平面 P は **平行** であるといいます。

分類整理する　見方・考え方

直線 ℓ と平面 P の位置関係には，次の 3 つの場合があります。

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(2)	三角形をそれと垂直な方向に一定の距離だけ平行に動かしてできる立体の名称を選ぶ	平面図形をその面と垂直な方向に平行に移動させたときの，空間図形の構成について理解している	図形	知・理	選択
	(3)	円錐の展開図において，側面のおうぎ形の半径を読み取る	円錐の展開図において，おうぎ形の半径が円錐の母線に対応していることを読み取ることができる	図形	技能	短答
	(4)	円柱と円錐の体積を比較し，正しい図を選ぶ	底面が合同で高さが等しい円柱と円錐の体積の関係について理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

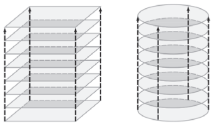
(2) 1年 p.167　空間図形「面を平行に動かしてできる立体」で，三角柱は，どんな図形を，どのように動かしてできる立体とみることができるかを問う問題を扱っています。

(3) 1年 p.159−160　空間図形「円柱と円錐」で，円錐の見取図と展開図を示しています。また，1年 p.176 で，円錐の側面積の求め方を示しています。

(4) 1年 p.178　空間図形「角錐，円錐の体積」で，円錐の体積は円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であることを示しています。

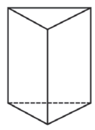
▼ 1 年 p.167

角柱や円柱は，1 つの多角形や円を，その面に垂直な方向に，一定の距離だけ平行に動かしてできる立体とみることができます。



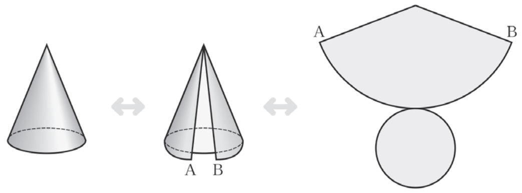
いろいろな見方
平行に動かしてできる立体とみる
見方・考え方

問 1　三角柱は，どんな図形を，どのように動かしてできる立体とみることができますか。



▼ 1 年 p.160

円錐の見取図と展開図は，下の図のようになります。

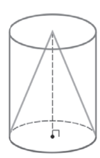


円錐の底面は 1 つの円で，側面は曲面です。
また，側面の展開図はおうぎ形になります。

▼ 1 年 p.178

ひろげよう　どうなるかな

右の図のような，底面が合同で，高さの等しい円柱と円錐の容器があります。円柱の容器には，円錐の容器の何杯(ばい)分の水がはいるでしょうか。



下の写真のように実験してみると，円柱には，底面が合同で，高さの等しい円錐の 3 杯分の水がはいることがわかります。

このことから，上の円錐の体積は，円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であるといえます。また，底面が合同で，高さの等しい角柱と角錐についても同じことがいえます。

角錐と円錐の体積について，次の公式が成り立ちます。

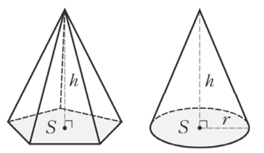
角錐，円錐の体積

角錐，円錐の底面積を S，高さを h，体積を V とすると，

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

特に，円錐では，底面の円の半径を r とすると，

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$



◎誤答の例と指導のポイント

⑶ 4 … 円錐の側面のおうぎ形の半径が円錐の高さに対応すると考えています。

ポイント　実際に，おうぎ形の展開図をかき，それを組み立てて円錐をつくる作業を通して，側面のおうぎ形の半径は円錐の母線に対応することを捉えさせるなど，実感をともなって理解させることが大切です。

6 平面図形の基本的な性質

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	(1)	長方形ABCDにおいて，AC＝BDが表す性質を選ぶ	記号で表された図形の構成要素間の関係を読み取ることができる	図形	技能	選択
	(2)	三角形の外角について，正しい記述を選ぶ	三角形の外角とそれと隣り合わない2つの内角の和の関係を理解している	図形	知・理	選択
	(3)	n角形の内角の和を求める式について，六角形の内角の和を求める過程を読み，$(n-2)$が表すものを選ぶ	n角形の内角の和を求める式 $180°\times(n-2)$ における $(n-2)$ の意味を理解している	図形	知・理	選択

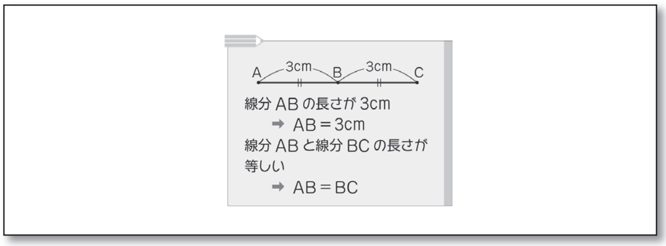
◎教科書との関連

(1) 1年 p.128－129　平面図形「直線と角」の鉛筆マークの付箋，2年 p.120－121　図形の性質と証明「平行四辺形の性質」等で，図形の構成要素間の関係を言葉や記号で書き表しています。

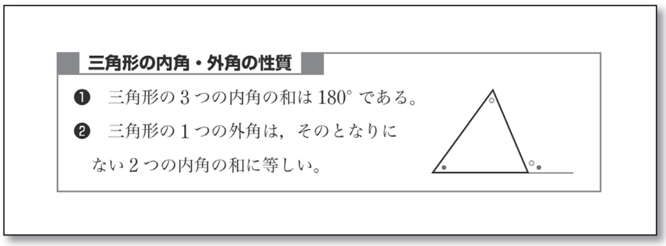
(2) 2年 p.88－89　図形の調べ方「三角形の内角と外角」で，三角形の内角・外角の性質を示しています。

(3) 2年 p.90　図形の調べ方「多角形の内角の和」で，n角形は，1つの頂点からひいた対角線によって，$(n-2)$個の三角形に分けられることを示しています。

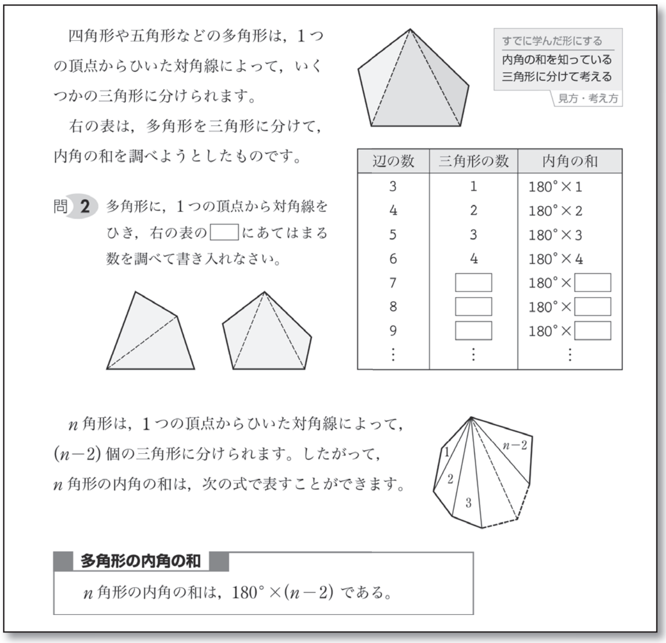
▼ 1年 p.128



▼ 2年 p.89



▼ 2年 p.90



◎誤答の例と指導のポイント

(2) ア … 頂点Cにおける外角の大きさと頂点C′における外角の大きさを比較しています。

ポイント 外角の意味を確認し，外角を指摘したり，図にかき込んだりするよう指導するとよいでしょう。

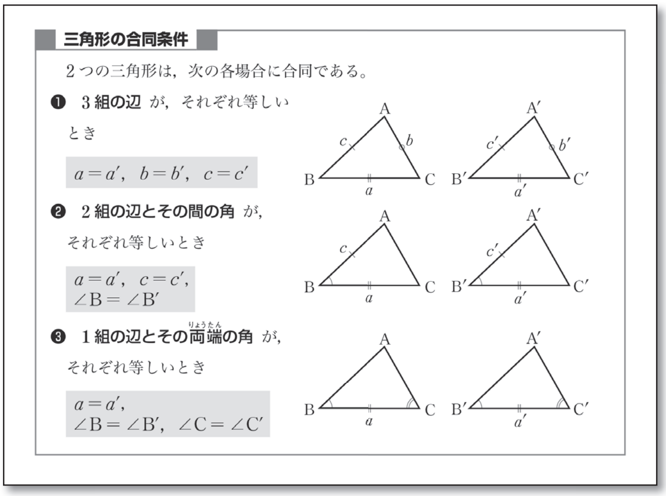
7 三角形の合同条件

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
7		証明で用いられている三角形の合同条件を選ぶ	証明を読み，根拠として用いられている三角形の合同条件を理解している	図形	知・理	選択

◎教科書との関連

2年 p.96　図形の調べ方「三角形の合同条件」で，三角形の合同条件を示し，p.102－103で，三角形の合同条件を使った証明の進め方を取り上げています。また，2年 p.122 問2で，「平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる」ことを証明する問題を扱っています。

▼ 2 年 p.96


三角形の合同条件

2つの三角形は，次の各場合に合同である。

❶ 3組の辺 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$

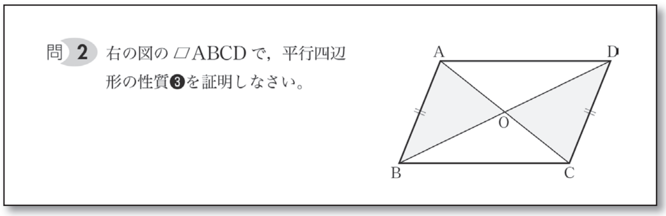
❷ 2組の辺とその間の角 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$c=c'$，$\angle B=\angle B'$

❸ 1組の辺とその両端（りょうたん）の角 が，それぞれ等しいとき

$a=a'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$

▼ 2 年 p.122


問 2 右の図の ▱ABCD で，平行四辺形の性質❸を証明しなさい。

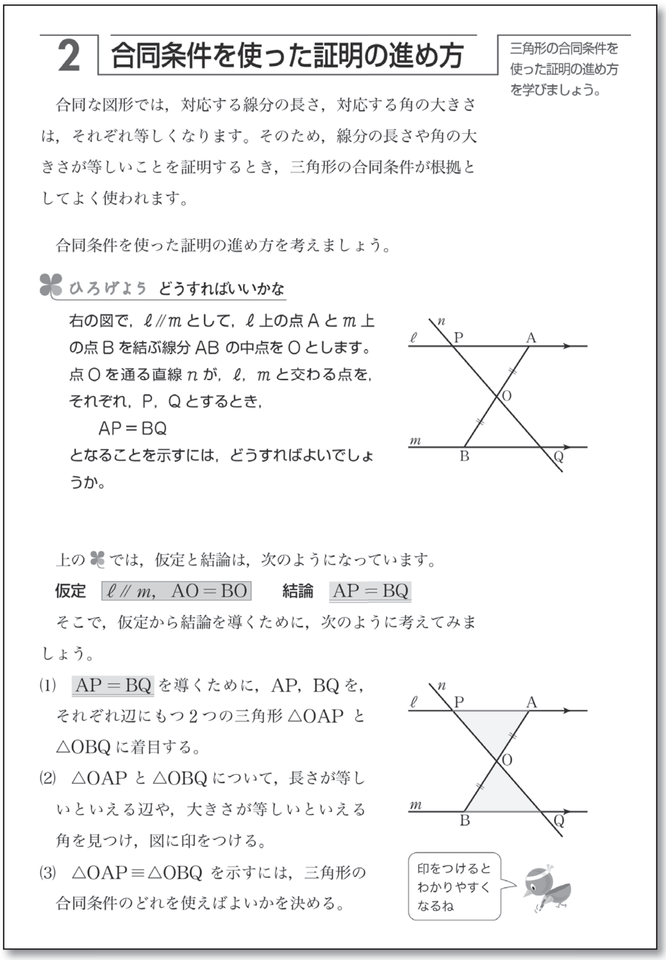
8 証明の方針の必要性と意味

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
8		証明の方針を立てる際に着目すべき図形を指摘する	証明のための構想や方針の必要性と意味を理解している	図形	知・理	短答

◎教科書との関連

2 年 p.102－103　図形の調べ方「合同条件を使った証明の進め方」で，証明のための構想や方針を立てながら進める展開にしています。

▼ 2 年 p.102


2 合同条件を使った証明の進め方

三角形の合同条件を使った証明の進め方を学びましょう。

合同な図形では，対応する線分の長さ，対応する角の大きさは，それぞれ等しくなります。そのため，線分の長さや角の大きさが等しいことを証明するとき，三角形の合同条件が根拠としてよく使われます。

合同条件を使った証明の進め方を考えましょう。

ひろげよう　どうすればいいかな

右の図で，$\ell /\!/ m$ として，ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が，ℓ，m と交わる点を，それぞれ，P，Q とするとき，

AP＝BQ

となることを示すには，どうすればよいでしょうか。

上の ✿ では，仮定と結論は，次のようになっています。

仮定　$\ell /\!/ m$，AO＝BO　　結論　AP＝BQ

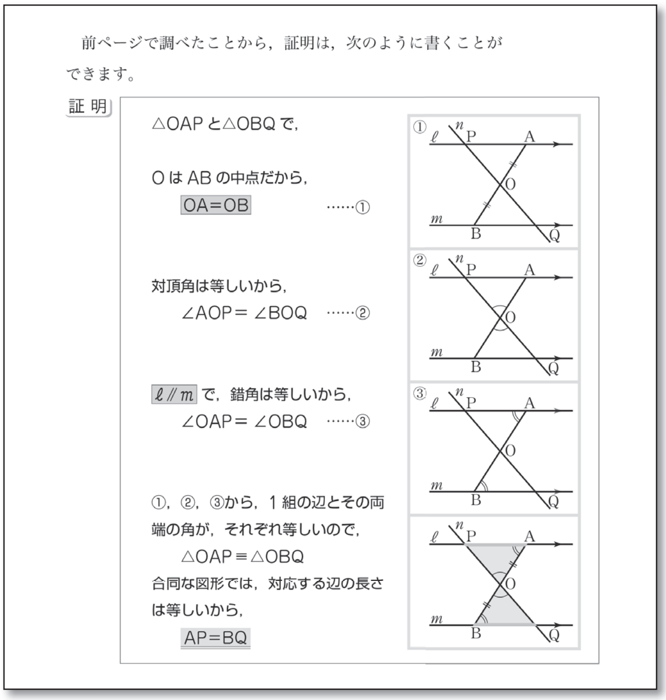
そこで，仮定から結論を導くために，次のように考えてみましょう。

(1) AP＝BQ を導くために，AP，BQ を，それぞれ辺にもつ2つの三角形 △OAP と △OBQ に着目する。

(2) △OAP と △OBQ について，長さが等しいといえる辺や，大きさが等しいといえる角を見つけ，図に印をつける。

(3) △OAP≡△OBQ を示すには，三角形の合同条件のどれを使えばよいかを決める。

▼ 2 年 p.103


前ページで調べたことから，証明は，次のように書くことができます。

証明

△OAP と△OBQ で，

O は AB の中点だから，

OA＝OB　……①

対頂角は等しいから，

∠AOP＝∠BOQ　……②

$\ell /\!/ m$ で，錯角は等しいから，

∠OAP＝∠OBQ　……③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△OAP≡△OBQ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいから，

AP＝BQ

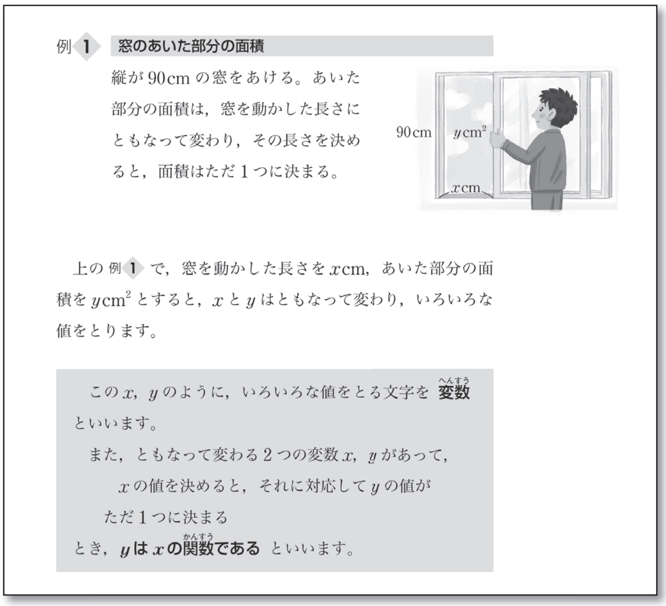
9 関数の意味

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
9		与えられた表を基に，宅配サービスの重量と料金の関係を，「…は…の関数である」という形で表現する	関数の意味を理解している	関数	知・理	短答

◎教科書との関連

1年 p.98−99　変化と対応「関数」で，関数の定義を示しています。

▼ 1年 p.98


例1 窓のあいた部分の面積

縦が90cmの窓をあける。あいた部分の面積は，窓を動かした長さにともなって変わり，その長さを決めると，面積はただ1つに決まる。

上の例1で，窓を動かした長さを$x$cm，あいた部分の面積を$y$cm^{2}とすると，xとyはともなって変わり，いろいろな値をとります。

このx，yのように，いろいろな値をとる文字を**変数**といいます。
また，ともなって変わる2つの変数x，yがあって，
xの値を決めると，それに対応してyの値がただ1つに決まる
とき，**yはxの関数である**といいます。

10 比例・反比例の意味とその表現

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
10	(1)	$x=2$，$y=6$の比例の式を求める	比例の関係を式に表すことができる	関数	技能	短答
	(2)	反比例の性質を表した記述を選ぶ	反比例の意味を理解している	関数	知・理	選択
	(3)	$s=vt$を基に，速さvが一定のとき，時間tと道のりsの関係について，正しい記述を選ぶ	与えられた式を基に，事象における2つの数量の関係が比例であることを判断することができる	関数	知・理	選択
	(4)	反比例のグラフから表を選ぶ	反比例について，グラフと表を関連付けて理解している	関数	知・理	選択

◎教科書との関連

(1) 1年 p.102，104　変化と対応「比例の式」で，比例の関係は$y=ax$（aは比例定数）の式で表され，xとyの関係を式に表す問題を取り上げています。

(2) 1年 p.113　変化と対応「反比例の式」で，反比例の関係について示しています。

(3) 1年 p.102　変化と対応「比例の式」で，$y=ax$の式で表されるとき，yはxに比例するということを示しています。また，2年 p.53 問1では，与えられた式を基に，一次関数かどうかを判断させる内容を取り上げています。

(4) 1年 p.116−118　変化と対応「反比例のグラフ」で，反比例のグラフは双曲線であることを示しています。
また，1年 p.113で，反比例の関係では，対応するx，yの値の積xyは一定であることを示しています。
さらに，2年 p.66　一次関数で，表，式，グラフの関係についてまとめる活動を設定しています。

▼ 1 年 p.102

y が x の関数で，その間の関係が，

$y=ax$　　a は定数

で表されるとき，

y は x に **比例**（ひれい）する

といいます。また，定数 a を **比例定数** といいます。

比例
$y=ax$
↑
比例定数

比例の関係 $y=ax$ を，関数 $y=ax$ ということもあります。

▼ 1 年 p.104

例題 1　y は x に比例し，$x=8$ のとき $y=16$ です。
x と y の関係を式に表しなさい。

比例の式を求めること

考え方　y は x に比例するので，$y=ax$ と表すことができます。

解 答

比例定数を a とすると，　$y=ax$
$x=8$ のとき $y=16$ だから，
$16=a\times 8$
$a=2$
したがって，　$y=2x$

x	…	8	…
y	…	16	…

▼ 1 年 p.113

反比例の関係 $y=\dfrac{a}{x}$ では，次のことがいえます。

(ア)　x の値を 2 倍，3 倍，4 倍，……すると，
y の値は $\dfrac{1}{2}$ 倍，$\dfrac{1}{3}$ 倍，$\dfrac{1}{4}$ 倍，……と
なっていく。

(イ)　対応する x と y の値の積 xy は一定で，
比例定数 a に等しい。つまり，x と y の
関係は，$xy=a$ とも表される。

3倍　2倍　2倍

x	1	2	3	4
y	6	3	2	1.5

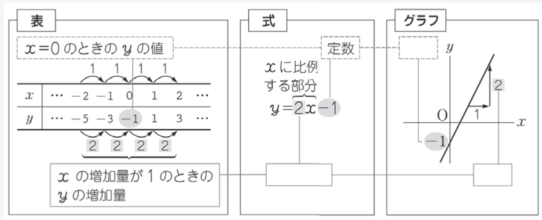
$\frac{1}{2}$倍　$\frac{1}{2}$倍　$\frac{1}{3}$倍

▼ 2 年 p.66

自分の考えをまとめよう

これまでに，表，式，グラフを使って，一次関数を調べてきました。ここで，一次関数を 1 つ決めて，その表，式，グラフをかき，それらの関係についてまとめておきましょう。

〈一次関数の表，式，グラフの関係について〉



一次関数 $y=2x-1$ について，表，式，グラフの関係をまとめると上のようになります。一次関数を考えるときには，表，式，グラフのどれか 1 つがわかれば，そこからいろいろなことがわかります。
例えば，……

$\boxed{11}$ 一次関数の表とグラフ

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
$\boxed{11}$	(1)	変化の割合が2である一次関数の関係を表した表を選ぶ	一次関数の変化の割合の意味を理解している	関数	知・理	選択
	(2)	一次関数 $y=3x-4$ のグラフを選ぶ	一次関数 $y=ax+b$ について，a と b の値とグラフの特徴を関連付けて理解している	関数	知・理	選択

◎教科書との関連

(1) 2年 p.55−57　一次関数「一次関数の値の変化」で，変化の割合を学習しています。
　さらに，2年 p.66 で，表，式，グラフの関係をまとめる活動を設定しています。
(2) 2年 p.58−62　一次関数「一次関数のグラフ」で，切片と傾きについて示し，グラフの特徴をまとめています。

▼ 2年 p.55

2 一次関数の値の変化

一次関数で，x の値の変化にともなって，y の値がどのように変化するか，調べましょう。

ひろげよう　どんなことがわかるかな

一次関数 $y=2x+1$ で，対応する x，y の値を求めると，次の表のようになります。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…	−5	−3	−1	1	3	5	7	9	…

x の値が変化したときの y の増加量を調べて，□にあてはまる数を書き入れましょう。どんなことがわかるでしょうか。

$y=2x+1$ で，x の値が1から4まで変わるとき，
x の増加量は，$4-1=3$
y の増加量は，$9-3=6$
となり，y の増加量は，x の増加量の2倍になっています。

x	1	4
y	3	9

$\frac{6}{3}=2$

問1　一次関数 $y=2x+1$ で，x の値が5から9まで変わるとき，y の増加量は，x の増加量の何倍になりますか。

x	5	9
y	□	□

x の増加量に対する y の増加量の割合を，**変化の割合**といいます。

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

一次関数 $y=2x+1$ では，変化の割合は，つねに2です。このことは，x の値が，1から4や，5から9に増加する場合だけでなく，ほかの場合でも同じです。
また，この値2は，x の増加量が1のときの y の増加量です。

▼ 2年 p.56

ひろげよう　どんなことがわかるかな

一次関数 $y=-2x+7$ について，次の表を完成して，変化の割合を調べましょう。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y	…									…

(1)　x の値が1から4まで変わるとき，y の増加量を調べ，変化の割合を求めましょう。
(2)　x の値が□から○まで変わるとき，□や○の数を自分で決めて，y の増加量を調べ，変化の割合を求めましょう。
(3)　x の増加量が1のとき，y の増加量を調べましょう。

これまでに調べたことから，次のことがいえます。

一次関数の変化の割合

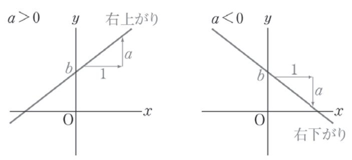
一次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合は一定で，a に等しい。

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=a$$

▼ 2年 p.61

一次関数のグラフ

一次関数 $y=ax+b$ のグラフは，
傾き a，切片 b
の直線で，a の値によって次のようになる。



◎誤答の例と指導のポイント

(1) ア … x の値が1のときの y の値が変化の割合と捉えています。

ポイント　変化の割合は x の増加量が1のときの y の増加量であることをしっかり押さえておきましょう。

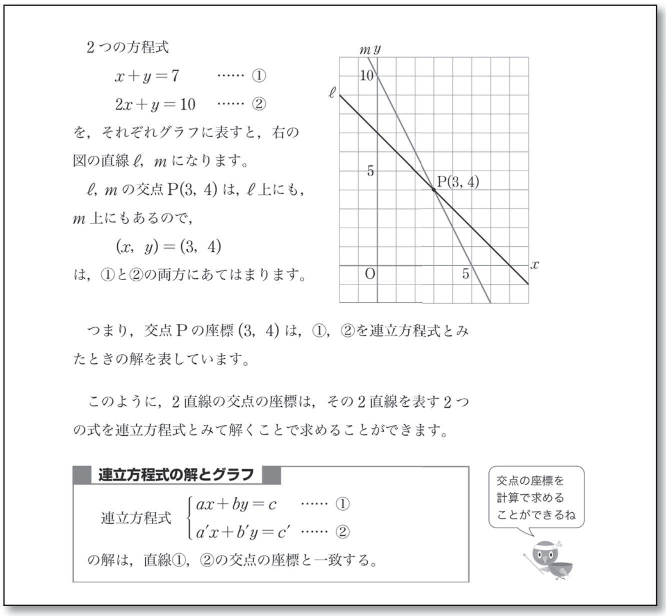
12　連立二元一次方程式と一次関数のグラフとの関係

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
12		グラフから，連立二元一次方程式の解を座標とする点を選ぶ	連立二元一次方程式の解が，2直線の交点の座標として求められることを理解している	関数	知・理	選択

◎教科書との関連

2年 p.71　一次関数「連立方程式とグラフ」で，連立方程式の解は，2直線の交点の座標と一致することを示しています。

▼ 2年 p.71


2つの方程式

$x+y=7$ ……①

$2x+y=10$ ……②

を，それぞれグラフに表すと，右の図の直線 ℓ，m になります。

ℓ，m の交点 P(3, 4) は，ℓ 上にも，m 上にもあるので，

$(x,\ y)=(3,\ 4)$

は，①と②の両方にあてはまります。

つまり，交点Pの座標 (3, 4) は，①，②を連立方程式とみたときの解を表しています。

このように，2直線の交点の座標は，その2直線を表す2つの式を連立方程式とみて解くことで求めることができます。

連立方程式の解とグラフ

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=c & \cdots\cdots ① \\ a'x+b'y=c' & \cdots\cdots ② \end{cases}$

の解は，直線①，②の交点の座標と一致する。

13　相対度数の求め方・中央値の意味

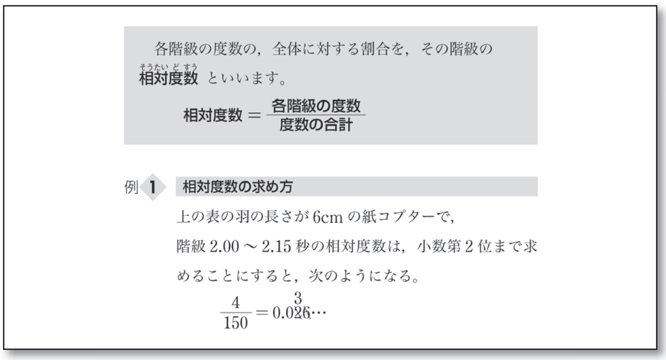
問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
13	(1)	生徒60人の通学時間の分布を表した度数分布表から，ある階級の相対度数を求める	度数分布表から相対度数を求めることができる	資料の活用	技能	短答
	(2)	ハンドボール投げの記録の分布を表したヒストグラムから，記録の中央値を含む階級を選ぶ	ヒストグラムにおいて，中央値の意味を理解している	資料の活用	知・理	選択

◎教科書との関連

(1) 1年 p.189　資料の活用「度数分布表」で，資料を度数分布表に整理すること，また，p.192－193 で，相対度数の意味と求め方を示しています。

(2) 1年 p.196　資料の活用「中央値」で，中央値の意味と求め方を示しています。また，1年 p.198 で，ヒストグラムと代表値の関係について触れています。

▼ 1年 p.192


各階級の度数の，全体に対する割合を，その階級の**相対度数**(そうたいどすう)といいます。

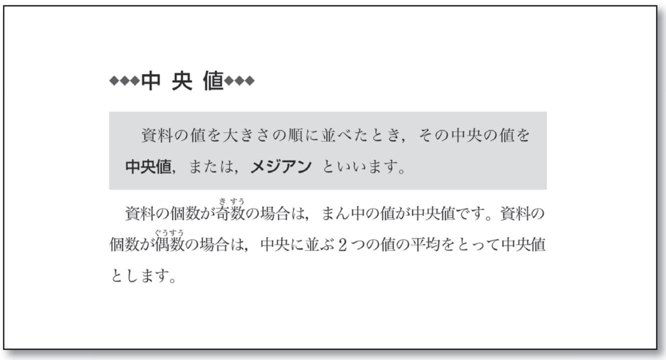
$$\text{相対度数}=\frac{\text{各階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

例1　**相対度数の求め方**

上の表の羽の長さが 6cm の紙コプターで，階級 2.00 ～ 2.15 秒の相対度数は，小数第2位まで求めることにすると，次のようになる。

$$\frac{4}{150}=0.02\overset{3}{6}\cdots$$

▼ 1年 p.196


◆◆◆中 央 値◆◆◆

資料の値を大きさの順に並べたとき，その中央の値を**中央値**，または，**メジアン** といいます。

資料の個数が奇数(きすう)の場合は，まん中の値が中央値です。資料の個数が偶数(ぐうすう)の場合は，中央に並ぶ2つの値の平均をとって中央値とします。

14 確率の意味と求め方

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
14	(1)	画びょうを投げた実験結果から，上向きになる確率を選ぶ	確率の意味を理解している	資料の活用	知･理	選択
	(2)	樹形図を利用して，3枚の硬貨を同時に投げるとき，表が2枚，裏が1枚出る確率を求める	樹形図などを利用して，確率を求めることができる	資料の活用	技能	短答

◎教科書との関連

(1) 2年 p.138－140　確率「確率の意味」で，硬貨を投げた回数と相対度数のグラフや出生率などから，確率の意味について示しています。

(2) 2年 p.146　3枚の硬貨を投げたときの確率についての問題を取り上げています。

▼ 2年 p.138

◆◆◆確率の意味◆◆◆

次の表は，前ページの実験をおこなったときの結果です。

回数	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
(ア)	3	6	7	13	14	18	21	26	28	29
(イ)	6	10	16	18	21	24	29	33	39	46
(ウ)	1	4	7	9	15	18	20	21	23	25

150	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
40	56	81	101	135	150	176	200	226	251
74	94	145	198	248	302	348	395	451	497
36	50	74	101	117	148	176	205	223	252

上の表から，(イ)の場合が(ア)，(ウ)の場合よりも起こりやすいことがわかります。

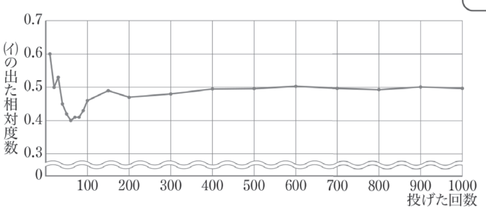
(イ)の場合について，さらにくわしく調べましょう。

表の結果から，

$$(イ)の出た相対度数 = \frac{(イ)の出た回数}{投げた回数}$$

を求め，それをグラフに表すと，次のようになります。

ふりかえり
相対度数
あることがらの起こった回数の全体の回数に対する割合



みんなで話しあってみよう

上のグラフから，(イ)の出た相対度数のばらつきや変化について，どんなことがいえるでしょうか。

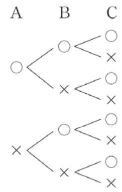
▼ 2年 p.146

例題2　3枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも2枚は表となる確率を求めなさい。

3枚の硬貨を投げたときの確率

考え方　3枚の硬貨をA，B，Cと区別し，樹形図を使って，表裏の出かたを考えてみます。
「少なくとも2枚は表」とは，
3枚とも表，または，2枚は表で1枚は裏
の場合のことです。

解答　3枚の硬貨をA，B，Cと区別し，表を○，裏を×として，起こるすべての場合を図に表すと，出かたは全部で8通りになる。
どの表裏の出かたも同様に確からしい。
このうち，3枚とも表となる出かたは，
(○，○，○)
の1通り
2枚は表で1枚は裏となる出かたは，
(○，○，×)　(○，×，○)　(×，○，○)
の3通り
だから，少なくとも2枚は表となる出かたは，
全部で4通り
よって，求める確率は，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$



◎誤答の例と指導のポイント

(1) エ … 上向きになる場合と下向きになる場合が同様に確からしいと捉えています。

ポイント　ある試行を多数回繰り返したときに，ある事象が起こる回数の全体に対するの割合が近づいていく値として，確率の意味を理解できるように指導することが大切です。そのためにも，観察や実験などの活動を取り入れましょう。また，表やグラフに表された実験結果を読み取ることに取り組ませる活動も効果的です。

問題B　主として「活用」に関する問題

1　事象の図形的な考察と問題解決の方法　（文化祭の準備）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
1	(1)	案内図を基に，経路を示すはり紙を選ぶ	与えられた図から情報を適切に選択し，空間における図形の位置関係を的確に捉えることができる	図形	考え方	選択
	(2)	外から校舎を見た図で，案内図に示された非常口の位置を選ぶ	日常的な事象を表した図を観察し，空間における位置に関する情報を適切に読み取ることができる	図形	考え方	選択
	(3)	図形の性質を用いて，横断幕が木にまったく隠れない最も低い位置を求める方法を言葉や図で説明する	事象を理想化・単純化し，その結果を数学的に解釈し，問題解決の方法を説明することができる	図形	考え方	記述

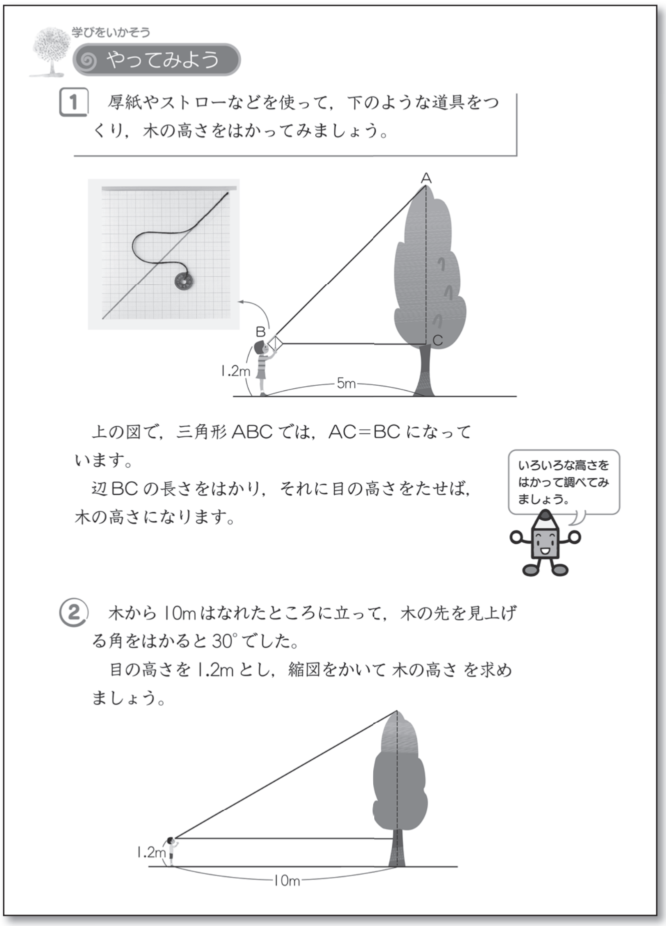
◎教科書との関連

(1)—(3) 小学校わくわく算数6年上 p.84 で，縮図を使って木の高さを求める問題を扱っています。

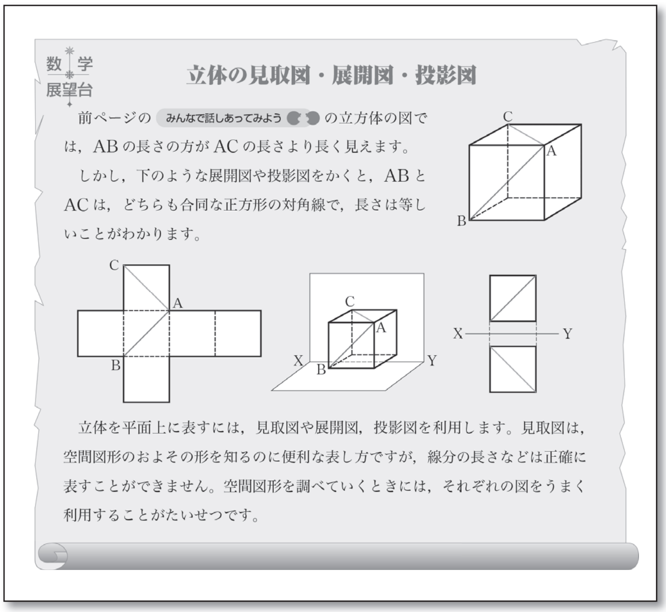
1年 p.161−166　空間図形「空間内の平面と直線」で，空間における直線や平面の位置関係を示しています。また，p.172 数学展望台「立体の見取図・展開図・投影図」で，用途に応じた図をうまく利用していく必要性について示しています。さらに，1年 p.250 数学広場「積み木の数」で，空間における位置に関する情報を読み取る問題を取り上げています。

ポイント　日常的な事象を図形に着目して観察したり，問題解決のために図を利用して，言葉で説明することができるように指導することが必要です。

▼ 啓林館わくわく算数6上 p.84



▼ 1年 p.172



2 反例をあげて説明すること（偶数の四則計算）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
2	(1)	2つの偶数の和は偶数になることの説明を完成するために，式 $2m+2n$ を変形する	与えられた説明の筋道を読み取り，式を適切に変形することで，その説明を完成することができる	数と式	考え方	短答
	(2)	2つの偶数の積は8の倍数になるとは限らないことの説明を完成するために，予想が成り立たない例をあげ，その積を求める	事柄が成り立たない理由を説明する場面で，反例をあげることで，その説明を完成することができる	数と式	考え方	短答
	(3)	2つの偶数の商についての正しい記述を選び，その理由を説明する	予想された事柄が成り立たないことを判断し，その事柄が成り立たない理由を説明することができる	数と式	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)−(3) 2年 p.23−25　式の計算「文字式の利用」で，文字を使って整数の性質を明らかにする内容を取り上げています。2年 p.114　図形の性質と証明「逆」で，あることがらが正しくないことを説明するには，その例を1つ示せばよいことを述べています。

また，2年 p.169　ひろがる数学「反例をあげる」で，反例について示し，さらに，2年 p.170−171　ひろがる数学「問題をつくり変える」で，条件の一部を変えても成り立つかどうか考察する問題を提示しています。

▼ 2年 p.25

◆◆◆偶数と奇数◆◆◆

偶数（ぐうすう）は，2でわり切れる数なので，2×整数 と表すことができます。つまり，m を整数とすると，$2m$ と表されます。

また，奇数（きすう）は，偶数より1大きい数と考えて，n を整数とすると，$2n+1$ と表されます。

［偶数］	［奇数］
⋮	⋮
$-4=2\times(-2)$	$-3=2\times(-2)+1$
$-2=2\times(-1)$	$-1=2\times(-1)+1$
$0=2\times 0$	$1=2\times 0+1$
$2=2\times 1$	$3=2\times 1+1$
⋮	⋮
$2\times m$	$2\times n+1$

例 1　2つの奇数の和

2つの整数がともに奇数のとき，m，n を整数とすると，これらは，

$$2m+1,\qquad 2n+1$$

と表される。このとき，2数の和は，

$$\begin{aligned}(2m+1)+(2n+1)&=2m+2n+2\\&=2(m+n+1)\end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数だから，$2(m+n+1)$ は偶数である。
つまり，2つの奇数の和は偶数である。

問 2　2つの整数が，偶数と奇数のとき，その和は奇数になります。そのわけを説明しなさい。

条件がえをする
見方・考え方

みんなで話しあってみよう

上の 例 1 を，下のように説明したとき，これは正しいでしょうか。

> n を整数とすると，奇数は $2n+1$ と表される。
> このとき，2つの奇数の和は，
> $$\begin{aligned}(2n+1)+(2n+1)&=4n+2\\&=2(2n+1)\end{aligned}$$
> $2n+1$ は整数だから，$2(2n+1)$ は偶数である。
> つまり，2つの奇数の和は偶数である。

ひろがる数学
連続する10個の自然数の和
p.160

ひろがる数学
どちらが近いかな？
p.161

▼ 2年 p.114

◆◆◆逆◆◆

これまでに証明したことから，次のことがいえます。

(ア)　△ABC で，AB＝AC ならば，$\boxed{∠B＝∠C}$ である。

(イ)　△ABC で，$\boxed{∠B＝∠C}$ ならば，AB＝AC である。

(ア)と(イ)をくらべてみると，仮定と結論が入れかわっています。

> 2つのことがらが，このような関係にあるとき，一方を他方の 逆（ぎゃく） といいます。

p ならば，$\boxed{q}$
逆
$\boxed{q}$ ならば，p

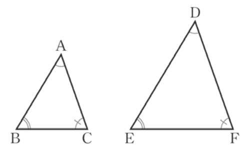
問 6　次のことがらの逆をいいなさい。

(1)　△ABC と △DEF で，
△ABC≡△DEF ならば，AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD

(2)　△ABC と △DEF で，
△ABC≡△DEF ならば，∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F

合同な図形の性質から，問 6 の(1)，(2)のことがらは正しいといえます。

また，その逆については，(1)の逆は正しいといえますが，(2)の逆は，右の図のように合同でない場合があります。



つまり，

> あることがらが正しくても，その逆は正しいとは限らない。

あることがらが正しくないことを説明するには，その例を1つ示します。

◎誤答の例と指導のポイント

(3)（イを選択）6と2の場合などがあるから … 2つの偶数をあげただけで，2つの偶数の商は偶数になるとは限らないことの説明ができていると捉えています。

ポイント　成り立たない場合の例は1つでよいですが，例えば「6÷2＝3　3は偶数ではないから2つの偶数の商は偶数になるとは限らない」のように，成り立たないことをはっきり示すように指導しましょう。

3　日常的な事象を数学的に解釈すること（ウェーブ）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
3	(1)	与えられた表やグラフから，人数が24人のときに6.0秒かかったことを表す点を求める	与えられた表やグラフから，必要な情報を適切に読み取ることができる	関数	知・理	短答
	(2)	大地さんの求め方を基に，ウェーブをする人数と時間について，2つの数量の間の関係を説明する	事象を理想化・単純化して問題解決した結果を解釈し，数量の関係を数学的に説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.73－74　一次関数「一次関数の利用」で，水を熱する実験で得られた数値の関係を一次関数とみなして考えることを取り上げています。

また，2年 p.174－175　数学広場「マグロ漁業」で，資料から必要な情報を適切に選択し，問題を解決する課題を取り上げています。

ポイント　事象の中から関数関係を見いだすために，与えられた表やグラフから必要な情報を適切に選択し，処理できるように指導することが大切です。

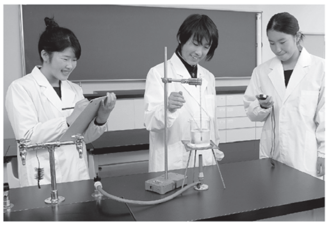
▼ 2年 p.73

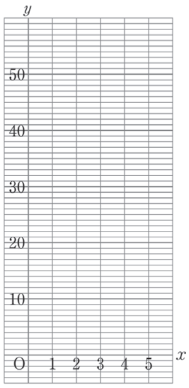
3節　一次関数の利用

どんな関係があるかな？

身のまわりへの利用

水を熱する実験をして，熱した時間と水温の関係を調べます。





熱した時間を x 分，そのときの水温を y℃とするとき，x と y の関係は，次の表のようになりました。

x	0	1	2	3	4	5
y	20.0	25.8	32.8	39.2	46.0	52.2

この表で，対応する x と y の値の組を座標とする点を，右の図にかき入れましょう。

みんなで話しあってみよう

上でかいた図から，どんなことがわかるでしょうか。

一次関数を利用して，身のまわりの問題を考えましょう。

▼ 2年 p.74

1　一次関数の利用

一次関数を利用して，身のまわりの問題を解決しましょう。

実験で得られた数値の関係を，一次関数とみることができる場合があります。

前ページの実験では，対応する点は，ほぼ一直線上に並んでいるので，y は x の一次関数とみることができます。

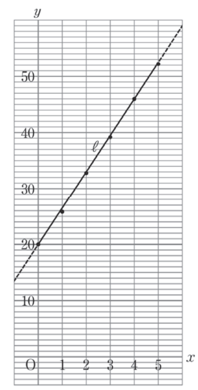
x	0	1	2	3	4	5
y	20.0	25.8	32.8	39.2	46.0	52.2

そこで，これらの点のなるべく近くを通る直線 ℓ をひくと，右の図のようになります。

この直線 ℓ は，2点 (0，20)，(4，46) を通ると考えて，その式を求めると，

$$y=6.5x+20 \quad (0 \leqq x \leqq 5)$$

となります。



前ページの実験で，熱した時間が5分をこえる範囲でも，水温が同じように変化を続けたとすると，上の式を使って，例えば，6分後の水温は，

$$y=6.5\times6+20=59\ (℃)$$

と推測することができます。

問 1　前ページの実験で，10分後の水温は何℃になると考えられますか。また，水温が72℃になるのは，熱しはじめてから何分後だと考えられますか。

自分のことばで伝えよう

上の式 $y=6.5x+20$ の 6.5，20 は，それぞれどんなことを表しているでしょうか。

◎誤答の例と指導のポイント

(1) A … 問題文の「6.0秒かかったことを表す点」から，x 座標が6であると捉えています。

ポイント　問題を的確に捉え，グラフの x 軸，y 軸の単位に気をつけて答えるよう指導しましょう。

また，表，式，グラフの関係について押さえておくことも大切です。

4　構想を立てて証明し，証明を振り返って考えること（2つの二等辺三角形）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
4	(1)	2つの線分の長さが等しいことを証明する	図形の性質を，構想を立てて証明することができる	図形	考え方	記述
	(2)	∠BAC＝110°，BD＝ADのとき，∠DAEの大きさを求める	付加された条件の下で，証明を振り返って考え，事柄を用いることができる	図形	考え方	短答

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.102－103　図形の調べ方「合同条件を使った証明の進め方」で，証明の構想や方針を立てて進める展開にしています。

また，2年 p.114 問5や p.119 練習問題1では，条件に合う図を自分でかくことで，構想や方針を立てやすくなるようにしています。さらに，2年 p.134 章末問題9は，8に条件を付加した問題にしています。

▼ 2年 p.103

証明

△OAPと△OBQで，

OはABの中点だから，

OA＝OB　……①

対頂角は等しいから，

∠AOP＝∠BOQ　……②

ℓ//mで，錯角は等しいから，

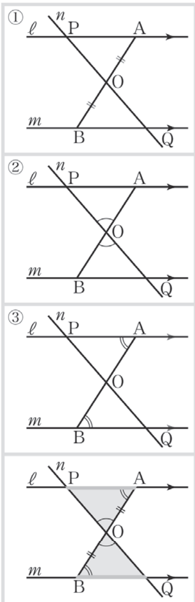
∠OAP＝∠OBQ　……③

①，②，③から，1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△OAP≡△OBQ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいから，

AP＝BQ



▼ 2年 p.114

問5　AB＝ACの二等辺三角形ABCで，底角∠B，∠Cの二等分線をひき，その交点をPとします。

(1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

(2) △PBCが二等辺三角形となることを証明しなさい。

▼ 2年 p.119

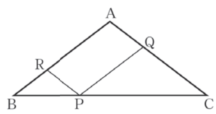
1　AB＝ACの二等辺三角形ABCで，頂点Aから底辺BCに垂線をひき，その交点をHとします。

(1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

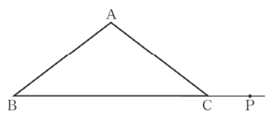
(2) BH＝CHとなることを証明しなさい。

▼ 2年 p.134

8　二等辺三角形ABCの底辺BC上に点Pをとります。また，PからAB，ACに平行な直線をひき，AC，ABとの交点を，それぞれ，Q，Rとします。
このとき，PQ＋PR＝ABであることを証明しなさい。



9



8の問題で，こんどは，二等辺三角形ABCの底辺BCをCの方に延長した直線上に点Pをとります。また，PからAB，ACに平行な直線をひき，AC，ABを延長した直線との交点を，それぞれ，Q，Rとします。

(1) 点Q，Rを図にかき入れなさい。

(2) 3つの線分PQ，PR，ABの長さの間には，どんな関係がありますか。

5　不確定な事象の数学的な解釈と判断（スティックゲーム）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
5	(1)	スティックゲームの遊び方を基に，1本表，3本裏のときの得点を求める	ある場合の得点を樹形図を利用して求めることで，与えられた情報を分類整理することができる	資料の活用	考え方	短答
	(2)	1点と2点のとりやすさについての正しい記述を選び，その理由を確率を用いて説明する	不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え，判断の理由を説明することができる	資料の活用	考え方	記述

◎教科書との関連

(1)(2) 2年 p.148　確率「くじ引きの確率」で，判断の理由を確率を用いて説明することを取り上げています。

また，2年 p.150 章末問題4では，硬貨の表裏と金額を複合した確率を求める問題にしています。

ポイント　実生活の場面で，不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え，確率を用いて的確に説明することが大切です。

▼ 2年 p.148

例題4　5本のうち，あたりが2本はいっているくじがあります。

このくじを，A，Bの2人がこの順に1本ずつひくとき，次の確率を求めなさい。

(1)　Aがあたりをひく確率

(2)　Bがあたりをひく確率

くじ引きの確率

身のまわりへの利用

考え方　5本のくじのうち，あたりを①，②，はずれを，3，4，5と区別し，樹形図を使って，A，Bのくじのひき方を考えてみます。

解答

2本のあたりを①，②，3本のはずれを3，4，5として，A，Bのくじのひき方を図に表すと，右のようになる。

A，Bのくじのひき方は，全部で20通り

(1)　Aがあたりをひくのは，図の○のところで，8通り

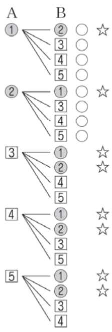
だから，Aがあたりをひく確率は，

$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

(2)　Bがあたりをひくのは，図の☆のところで，8通り

だから，Bがあたりをひく確率は，

$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$



上のことから，A，Bがあたりをひく確率は，ひく順番に関係なく，同じであることがわかります。

▼ 2年 p.150

4　500円，100円，50円，10円の硬貨(こうか)が1枚ずつあります。この4枚を同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　表裏の出かたは，全部で何通りありますか。

(2)　4枚のうち，少なくとも1枚は表となる確率を求めなさい。

(3)　表が出た硬貨の合計金額が，550円以上になる確率を求めなさい。

6 数学的な表現の事象に即した解釈と問題解決の方法（駅への向かい方）

問題番号		問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域	評価の観点	問題形式
6	⑴	弟が駅に着いたときの，兄のいる地点から駅までの道のりを求める	与えられたグラフを，事象に即して解釈することができる	関数	考え方	短答
	⑵	兄の速さを変えないとき，弟と兄の進む様子を表したグラフを選ぶ	グラフの特徴を事象に即して解釈し，結果を改善することができる	関数	考え方	選択
	⑶	兄の出発時間を変えないとき，兄の進む様子を表すグラフの両端の２点を求め，そのグラフから兄の速さを求める方法を説明する	グラフの特徴を事象に即して解釈し，結果を改善して問題を解決する方法を説明することができる	関数	考え方	記述

◎教科書との関連

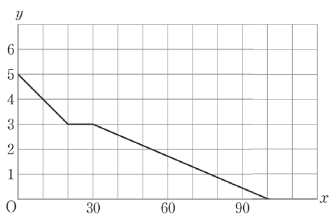
⑴―⑶ 2年 p.76―77　一次関数「一次関数の利用」で，出発してからの時間と目的地までの道のりの関係をグラフを用いて解決する問題を扱っています。また，2年 p.80 章末問題 8 でも同様の問題を扱っています。

▼ 2年 p.76

例題2　池田さんは，西町の自分の家を出て，途中の店で買い物をしてから，東町のおじさんの家まで行きました。

出発してからの時間と目的地までの道のり

出発してから x 分後にいる地点からおじさんの家までの道のりを $y$km として，x と y の関係をグラフに表すと，下のようになりました。



⑴ 店からおじさんの家までの道のりを求めなさい。
⑵ 店に着く前と店を出たあとでは，池田さんの進んだ速さは，どちらが速かったでしょうか。
⑶ 池田さんが自分の家を出て 18 分後にいる地点から，おじさんの家までの道のりは，何 km ですか。

考え方 ⑴ 池田さんが店にいる間は，おじさんの家までの道のりが変わりません。
⑵ 変化の割合，つまり，グラフの傾きに着目します。
⑶ $x=18$ のときの y の値は，グラフからは正確には読みとれません。そこで，まずは，グラフで池田さんが家を出て 18 分後をふくむ部分の x と y の関係を表す式を求めます。

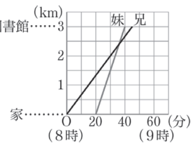
▼ 2年 p.77

解答
⑴ グラフで，y の値が一定の部分が，池田さんが店にいたことを表している。
このときの y の値は 3 だから，　3km
⑵ 店に着く前のグラフの傾きは，店を出たあとのグラフの傾きより急になっている。
店に着く前の方が速い
⑶ 池田さんが家を出て 18 分後は，店に着く前である。そのグラフは，傾き $-\frac{1}{10}$，切片 5 の直線だから，x と y の関係を表す式は，
$y=-\frac{1}{10}x+5$　$(0 \leqq x \leqq 20)$
この式に $x=18$ を代入して，
$y=-\frac{1}{10}\times 18+5=\frac{16}{5}$　　$\frac{16}{5}$ km

問3　前ページの 例題2 で，池田さんが自分の家を出て 50 分後にいる地点から，おじさんの家までの道のりは何 km ですか。

▼ 2年 p.80

8　家から 3km 離れた図書館へ，兄は徒歩で，妹は自転車で行きました。右の図は，そのときの時刻と家からの道のりの関係を示しています。
⑴ 8時 x 分における家からの道のりを $y$km として，x と y の関係を，兄，妹について，それぞれ式に表しなさい。
⑵ 妹が兄に追いついた時刻と場所を求めなさい。



JUNIOR HIGH SCHOOL
MATHEMATICS

理数教育の未来へ
啓林館

本　　社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道4丁目3-25	TEL.06-6779-1531
札幌支社	〒003-0005	札幌市白石区東札幌5条2丁目6-1	TEL.011-842-8595
東京支社	〒113-0023	東京都文京区向丘2丁目3-10	TEL.03-3814-2151
東海支社	〒461-0004	名古屋市東区葵1丁目4-34双栄ビル2F	TEL.052-935-2585
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1-7-11広島CDビル5F	TEL.082-261-7246
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1-5-6ハイヒルズビル5F	TEL.092-725-6677

http://www.shinko-keirin.co.jp/

平成26年10月 教授用資料