

# 本質に迫る算数指導



理数教育の未来へ  
**啓林館**

本社	〒543-0052	大阪市天王寺区大道4丁目3-25	TEL.06-6779-1531
札幌支社	〒003-0005	札幌市白石区東札幌5条2丁目6-1	TEL.011-842-8595
東京支社	〒113-0023	東京都文京区向丘2丁目3-10	TEL.03-3814-2151
東海支社	〒461-0004	名古屋市東区葵1丁目4-34双栄ビル2F	TEL.052-935-2585
広島支社	〒732-0052	広島市東区光町1-7-11広島CDビル5F	TEL.082-261-7246
九州支社	〒810-0022	福岡市中央区薬院1-5-6ハイヒルズビル5F	TEL.092-725-6677

<http://www.shinko-keirin.co.jp/>

教科書・指導書の訂正・修正箇所につきましては、Webページをご参照下さい。

(平成26年5月)



理数教育の未来へ  
**啓林館**

## はじめに

先生方は、平素より指導内容に関する知識を深めたり、技能を向上させたりするために、個人あるいは研究会等を通じて、日々教材研究を進められていることと存じます。そして、そのことは日本の教育制度が世界からも注目される一つの要因であるといってもよいと思われます。

教材研究にあたっては、子どもたちに興味・関心をもたせ、算数の内容・技能を理解・定着できるようにすることはもちろんですが、その際、そこで教えるべき内容の意図・目的をしっかりと押さえておくことが大切です。

本書では、各先生方の実践報告を通して、本質に迫る算数の授業について考えてみたいと思います。先生方の日頃の教材研究の一助となれば幸いです。

啓林館教科書編集委員会

# ● ● ● ● ● 目 次 ● ● ● ● ●

## 1年 大きい かず

大きいかずをならべよう ..... 2

数の並べ方について ..... 5

## 2年 たし算と ひき算

0のつく大きい数にすると、くり上がりがないたし算に変わるよ .... 6

「たし算と ひき算」単元について ..... 9

## 2年 かくれた 数は いくつ

問題文のとおりになをかくと、式が見えてくるよ ..... 10

「テープ図(線分図)の扱いについて ..... 13

## 3年 分数

はしたの表し方を考えよう ..... 14

分数と小数の順序について ..... 17

## 4年 がい数とその計算

大きな数の商の見積もりは、九九を使って簡単にしよう ..... 18

商の見積もりについて ..... 21

## 5年 面積

平行四辺形の面積の求め方を考えよう ..... 22

「面積」の展開について ..... 25

## 6年 場合を順序よく整理して

何通りあるかを考えよう ..... 26

小学校での「場合の数」の展開について ..... 29



# 大きいかずをならべよう

1年 「大きい かず」

## ① はじめに

100までの数を並べて数図をつくる学習においては2通りの実践が思い浮かぶ。1つは物の個数に着目して、大きさの順に並べる実践A、もう1つは数字のかかれたカードを並べていく実践Bである。どちらも表にまとめていくという点では同じだが、数の並べ方には大きな違いがある。

1年生に数をどうとらえさせるべきかを探りながら考えていくこととする。

## ② 実践Aについて

葉っぱの絵を見て、その数を確かめながら数表にまとめていくという実践である。

### ① 教科書の絵を提示し、「いくつあるかな？」と数える活動が意識できる発問から導入する。

○葉っぱはいくつあるかな。

(留意点)

- ・葉っぱの絵を上から少しずつ資料を提示していき、10、20、30など、子どもたちのつぶやきを拾いながら大きな数であることに気づかせる。
- ・100という言葉が出たら取り上げる。

(子どもの反応)

- ・50、70、90!!
- ・たくさんあってわからない。
- ・100くらいあるかも。

### ② どうやって数えるか、数える方法に目を向かせる。

○葉っぱの数をどうやって数えたらいいかな。

(留意点)

- ・何人か実際に前に出て数えさせ、その後、1人ひとりに数えさせる。
- ・2とびなどで数えるときの手の動き、唱え方などに気をつけさせ、数え方として取り上げる。

(子どもの反応)

- ・1ずつ ・2とび ・5とび ・10とび ・印をつけていく など

### ③ 自分の数え方を発表する。

(留意点)

- ・「1ずつ」「2とび」「5とび」「10とび」など、出てきた数え方に名前をつけるとよい。

(子どもの反応)

- ・1ずつ数えて100
- ・2、4、6、8、10、…と数えて100
- ・5、10、15、…と数えて100
- ・10、20、30、…と数えて100

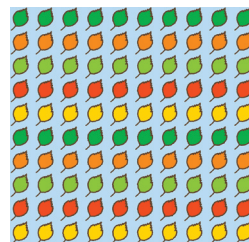
○100は何の数の次にくるのかな。

(留意点)

- ・100のかき方とよみ方も簡単に押さえる。

(子どもの反応)

- ・100は99の次
- ・最後の葉っぱが100、その前が99



提示の仕方は様々あるが、子どもの疑問を喚起させ、知的な揺れを誘発させることが重要。

まず、実際にやらせてみることである。途中でわからなくなってしまう子には、鉛筆で印や数字をかくことを伝えながら、どんな数え方でも答えが100になることを押さえたい。

100という数は、子どもたちにとってはそれほど抵抗のある数ではない。ここでは、100が何の次の数なのかを押さえることが重要である。

○どの数え方がよかったかな。

(留意点)

- ・どの数え方が速くて正確か考えさせる。
- ・10ずつまとめると、正確に数えられることに気づかせる。

(子どもの反応)

- ・1ずつ数えると大変。
- ・1段にちょうど10並んでいるから、まとめるとはよい。
- ・10が10こと数えられるからはよい。

(まとめ)

100は99の次の数。10が10こで100。

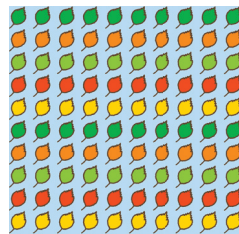
数え方を比較することによって、10のまとまりが10こあるということを押さえたい。

④ 100までの数を数表に整理する。

○表の中に50まで数をかいていこう。

(留意点)

- ・葉っぱの絵と対応させて空の数表を提示し、数表の枠(ワークシート)を配布する。
- ・声を出してよみながら、数表を50まで完成させる。



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

⑤ 表のきまりをみつける。

○表を見て気づいたことはないかな。

(留意点)

- ・答える際に、どうしてわかったかの理由を述べることで理解を深める。

(子どもの反応)

- ・絵が数字になった。
- ・横にも縦にも10個並んでいる。
- ・全部で100個の数字が並んでいる。
- ・一番右側は縦に10とびになっている。

縦や横を見ると、数の並び方にはきまりがある。

葉っぱと1対1に対応させているので、子どもたちは全員1から記入していく。  
段ごとに1~10, 11~20, ..., 91~100と10ずつ並んでいるので、10のまとまりが意識しやすい。

○きまりを使って、続きの数を入れ、数表を完成させよう。

③ 実践Bについて

あらかじめ子どもたちが集めた数字を使って100までの数字カードをつくり、順に並べていくという実践である。数字カードは教師が用意してもよいが、なるべく子どもにつくらせたい。

① 集めた数(カード)を発表しながら数表に並べていく。

○どんな数字がみつかったかな。

(留意点)

- ・どんな数を集めてきたかは事前に把握しておく。
- ・抜けている数字のカードは教師が用意しておく。

(子どもの反応)

- ・新聞にあった。
- ・広告に50や80があった。
- ・0もあった。

0を含むことが実践Aと違う部分である。0を扱うことで並べ方についての疑問を喚起させ、知的な揺れを誘発させる。

○集めた数字カードをならべてみよう。

(留意点)

- ・どのように並べるかの見通しを持たせる。
- ・グループごとに数表とカードを配布し、活動させる。

(子どもの反応)

- ・10のカードはどこに置こうかな。
- ・0のカードはどこに置けばよいのかな？

② 数表をつくるときに困ったことや気づいたことを発表する。

○困ったことや気づいたことはあるかな。

(留意点)

- ・作業が進まないグループをみつけておき、疑問を全体に広げる。

(子どもの反応)

- ・0のカードはどこに置けばよいのかな。
- ・10を2段目にすると一番左の縦に0がそろろう。
- ・一の位が縦にそろろう。
- ・十の位も横にそろろう。

③ 100という数を押さえる。

○99の次には何がくるのかな。

99の次は100

(留意点)

- ・グループの数表が完成したら、合っているかを確認させる。
- ・活動は途中でやめさせ、声に出しながら並べていく。
- ・100は99の次、100の前は99であることを押さえる。
- ・100のかき方、よみ方を簡単に押さえる。

《完成した数表》

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

④ 指導に当たっての留意点、工夫点

実践Aでは、具体物の個数を対象にして数表をつくっていくので、子どもは自然に1から始めて順に100までの数を並べていく(数表A)。これは、1, 2, 3, …というものの数え方に従った自然な着想である。10ごとに段が変わるので、例えば、34は30と4のように数の構成がとらえやすく、命数法(数の唱え方)に基づいた並べ方になっている。

実践Bでは、0を含む数字カードを順に並べていくので、0から始めて順に100までの数を並べることになる(数表B)。この表を縦に見ると、一番左の列には一の位が0の数、第2列には一の位が1の数、…のように、一の位が0, 1, 2, …, 9である数が左から順に縦に並んでおり、記数法(数のかき方)に基づいた並べ方になっている。

A, B 2つの数表を比べると、1年生では、具体物の個数として集合数を意識していくので、具体物と数とを1対1に対応させながら数の大きさを意識できる数表Aが自然と思われる。数表Aは1段ごとに1~10, 11~19, …, 91~100と並んでいるので、10のまとまりを意識しやすく、10が10個という100の量感とも一致する。

数表A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

数表B

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

## 数の並べ方について

本授業報告では、100までの数の並べ方として、数表Aと数表Bの2種類の実践が取り上げられています。どちらの数表を選べばよいかは、授業の目的によって変わると考えられます。

私たちは、●●●と1対1対応がつけられる数を **さん** とよび、普段、アラビア数字で **3** とかきます。このとき、漢数字で **三** とかいても、ローマ数字で **Ⅲ** とかいても、見かけ(数字)は異なりますが、どれも同じ数を表しています。このように、**数** と **数字** は区別されます。りんごを知らない人にいくら「りんご」という字のかき方を教えても、りんごについて理解したことにはならないのと同様に、数についても、その背景となる数の“内容”を理解させることが大切です。数には集合数や順序数などの役割がありますが、それらは総体として、数とよばれています。

指導の際には、場面によって、**数** と **数字** のどちらを対象としているのかに留意する必要があります。もちろん、これらは二者択一というわけではなく、密接に関連しているのですが、特に1年生では初めて数の概念を学習することになりますので、大きさを伴った数の理解が大切です。

例えば、10のまとまりと2で構成される数を「じゅうに」といい、これを1と2の2つの数字を用いて「12」とかき表します。このとき、「じゅうに」のような数の唱え方を命数法、数のかき方を記数法といいます。

本授業報告の数表Aは、葉っぱなどの具体物と対応させながら、「いち、に、さん、…、じゅう」で一区切りし、改めて、2行目から「じゅういち、じゅうに、…」と並んでいるので、命数法に基づいた並べ方ということが出来ます。一方、数表Bは、1列目に一の位が0の数、2列目に一の位が1の数、3列目に一の位が2の数、…と規則正しく並んでいるので、記数法に基づいた並べ方ということが出来ます。この2つの数表を比べると、数表Aは数の大きさがとらえやすい、数表Bは数のかき方の仕組みがわかりやすいといった特長があります。

ただし、数表Bは表記上の形式が揃っているために、かえって0を1から9までの数と同類と考えて、1桁の数と誤認してしまう恐れがありますので、注意が必要です。「〇桁の数」というのは、整数の大きな大きさを示す表現ですが、0は1桁の数ではありません。0を1桁の数ととらえてしまうと、例えば、0.666…を上から1桁の概数にする際に、0.7ではなく1としてしまう子どもが出てくると思われます。これは、数そのものではなく見た目の数字で判断してしまっているためですが、このような誤解のないように注意する必要があります。

いずれの数表にするかは、扱う対象が数なのか数字なのかによって変わってきますので、指導の目的をしっかりと定めておくことが大切です。

数表A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

数表B

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

# 0のつく大きい数にすると、くり上がりがないたし算に変わるよ

2年 「たし算と ひき算」

## ポイント 数をなるべく分解しない

(2位数) + (1位数), (2位数) + (何十)の簡単な計算は暗算でできるようにすること (A-(2)-ア)

**【導入10分】**17+4の計算の仕方を考える(問題把握(2分)→立式(2分)→計算の仕方を考える(6分))

これまでの学習を踏まえ、自分の考えやすい計算方法が表出される。どれも正しい方法である。

これらの考え方を認めた上で、「一番簡単にできる方法はどれかな」と問い、その根拠を尋ねた。

子どもたちは、まず被加数と加数を分解・合成する回数に着目した。①は3回、②と③は2回である。思考の軽減から、②と③に注目することになった。

②が簡単なのか、③の方が簡単なのか、その決着の根拠に求めたものは、計算する回数であった。②は十の位も一の位も計算することになる。それに対し、③は数の構成と同じ

で簡便なものである。「③は(末尾に)0のつく数(何十)に1をたすから簡単で、1回の計算でいいです」という子どもの発表を受けて、③を選ぶに至った。しかし、中には「本当にそうかな」「1人でできるかな」という思いを伺わせる表情の子どもがまだ見られた。

## 【展開20分】17+4の計算の仕方を説明する

新たな計算方法だからこそ、より主体的に獲得させることが大切である。導入で③がよいとした子どもでも、実際の計算になると、「10+(7+3)+1」のように、自分がしやすい方法に戻ってしまう姿が見えた。展開では、計算の仕方を説明するという活動を通して、③の考え方のよさを実感させ、じっくり定着を図ることが大切である。

また、計算棒を用いることは、視覚的に計算の工夫を発見させることや操作したことの言語化を促すことが可能となる。更に、数を分解せずに念頭で処理できるので、「暗算」へと高まっていく。

次の2点は、子どもがみつけた工夫である。

まず、0のつく大きい数を考える。(概数)  
次に、「あといくつ」を考える。(補数)

しかし、念頭で処理する暗算を全員の子どもがすぐにはできないようにはならない。計算棒の操作と言葉を対応させて説明することや、その説明を声に出して繰り返す行方によって、次第に

チューリップが17本さいいています。  
あと4本さくと、何本になりますか。

(しき)  $17+4$

①  $17+4$       ②  $17+4$       ③  $17+4$

①  $10+10+1$       ②  $10+11$       ③  $20+1$

たし算を3こもするね。      10+10なら簡単だったのに。      10より大きい数でまとめて小さい1をたしただけ。

一番、簡単にできる計算かもしれないなあ

めあて 計算ぼうを使って、かんたんに計算するほうほうを考えよう。

17に3をたして、20にする。  
その20にのこりの1をたす。  
 $20+1=21$       21本

ちょうせん  $38+3$       どんな数にしたらいいのかな。  
38に2をたして40にします。その40に残りの1をたします。



身に付けさせていくことが大切である。

挑戦問題の「 $15+40$ 」では、「5」のばらに着目するのか「10のまとまり」に着目するのかわかる。本時の考え方の定着度合いがわかる。40のまとまりを分解することなく、15の中にある10をみつめて、「10が5つ」の大きなまとまりをつくとよいことに気づかせたいと考えた。

### 【終末15分】子どもの言葉によるまとめ

- I 複数の問題から(仮の)まとめをする。(3分)
- II まとめたことを練習問題で実感する。(10分)
- III (仮の)まとめのよさを確かめて、(本)まとめをする。(2分)

学習のまとめは、授業の一番最後に行う場合が多い。頭で理解できても納得できない子どものために、「自分たちがみつけた学習のまとめは本当だった」という実感をもたせる意味での「仮のまとめ」を行った。その上で練習問題を行い、「本当にそうだった」という実感を重ねさせることにより、まとめの実感をもたせ、定着を図った。

このように、たし算の学習では、計算棒を用いながら、「(末尾に)0のつく大きい数にまとめるとよい」と納得することができていた。

ひき算の場合も同様に、たし算で学んだ「10のまとまり」のよさを活かすことが大切と考える。ひき算はたし算よりも苦手と感じている子どもが多く、その最大の要因は繰り下がりにある。そこで、「 $21-8$ 」の計算であれば、まず「21」を「20」と「1」に分解し、「 $20-8=12$ 、 $12+1=13$ 」という考え方に気づかせていく必要があると考えた。

以下はひき算「 $21-8$ 」の主な内容である。

### 【ひき算 $21-8$ 】



ここでは減々法を扱わず、計算棒と結び付けながら、③の計算の仕方を理解させることに重点をおく。既習の「 $20-8$ 」のような計算が困難な子どもには、10の束の計算棒をばらにして考えさせる。



めあてが提示されても、減々法をしようとする子どもをみつけた。そこで、机の上に20の束と1のばらを置き、どちらから8を引くのかと問うた。そして、8をひく操作を始めたところで、手を止めるように指示した。すると、1のばらに手をのばした子どもと20の束に手をのばした子どもに二分されることを一目で把握できた。更に「1のばらと20の束の両方を使わないとできないのだろうか」と見直しさせることができた。



また、2人1組で活動を行い、隣同士が同時に20の束に手をのばした場合は、理由も同じかを話し合わせた。この場面では、計算が苦手な子どものために、20の束を解くと10の束が2つ出てくる計算棒も準備した。

このように、ひき算の場合も、数だけで操作せず、計算棒という具体物を操作することによって、意味理解を図る取り組みを行った。

\* 中学校の数学では、「 $-17-4$ 」や「 $(-8)+21$ 」という計算の場面がある。正負の符号で計算が混乱しがちだった生徒でも、この計算の仕方を取り入れて指導し直した結果、容易に解決できた。

まとめ  
かぞえぼうで、0のつく大きい数にまとめると、かんたんに計算できる。

(れんしゅう1)

$$18+4=22$$

↓

20にする 20+2

(れんしゅう2)

$$19+7=26$$

↓

20にする

(れんしゅう3)

$$48+3=51$$

↓

50にする 50+1

(れんしゅう4)

$$74+9=83$$

↓

80にする 80+3

0のつく大きい数にまとめると計算する練習をしたら、本当に簡単にできるようになった!!

## 【授業後の振り返り】

### ☆子どもの振り返りからの分析

「計算は速くできなくても、この時間で学んだ方法で計算できたかどうか」「簡単だと思った計算はどこか」「難しいと思った計算はどこか」という視点を加味して、振り返りをさせた。

#### ① 10のまとまりを発展させる

「大きいまとまりをつくってたし算をしたらやりやすかった」という子どもが多かった一方、「0のつく数を見つけるのが少し難しかった」という子どももいた。「17→20」「38→40」というように、その数に最も近い何十の数(概数)を見つける力や「10のまとまりが何こでつくる何十」の数を見つける力(第1学年で学習した「10のまとまりをつくと数えやすい」という考えを発展させて)を育てる大切さを感じた。

#### ② 補数の強化をする

「0のつく大きい数をつくるのが最初は難しかった」からは、「17はあといくつで20になるのか」「38はあといくつで40になるのか」のように、20、30、40などの補数といえる数を見つける力の必要性を指摘するものである。これまでの指導は、10の補数が中心であったが、補数指導については強化するとよいと思った。

#### ③ 何十のたし算を聴暗算で鍛える

「『50+3』『10+40』は聞くだけで答えられた」からは、聴暗算の可能性が見出される。式を見て行う計算(視暗算)と同時に、式を聴いて行う計算(聴暗算)の育成を視野に入れた計算指導が必要だと感じた。

### ☆教師の振り返り ～指導内容から見えたこと～

#### ① 計算の意味理解と計算の便利さを同時に獲得～おぼえるよりもわかるようにする～

普段の授業では、フラッシュカードの活用等、「意味理解」と「計算の練習」が別々の時間に行われる場面が見られる。計算棒を使いながら「(末尾に)0のつく大きな数をつくる」ことは、両者が同時に存在する学習になり、思考力を一層育成することができることがわかった。

#### ② 能力は気長に実質的に伸ばしていく

授業の中で「簡単に計算できる＝速く計算できる」と錯覚をしてしまうことがあった。しかし、この単元の学習は速さを求めるのではなく、この方法(考え方)で確実に計算できるようにすることである。繰り返し上がりが苦手な6年生にこの計算を教えてみると、授業後は「このやり方は初めて知った」「繰り返さずに計算できて簡単」「筆算にかかなくても計算ができる」と喜んでいった。しかし、翌日には「簡単なやり方が思い出せなくなった。いつもしていた自分の方法しか思い出せない」と話していた。どれほど良い計算であっても習慣化した計算を打破することは容易ではない。横書きのまま計算できる能力や筆算処理の素地をつくるためには、それぞれの違いを教師が理解した上で、筆算の学習前に行われるとよいと思った。

下表は、6年生が考えたものである。

筆 算	暗 算
① 数を縦にかいて計算する(紙にかいて計算する)。	① 式は横がきのまま計算する(頭の中だけでできる)。
② かかれた数のまま一の位から計算するから順序がある(最後まで計算しないと答えがわからない)。	② 大きな位のまとまりになる数に変えて計算するから特に順序はない(最初に大体の答えがわかる)。
③ いつも10より小さい数の計算だけど、1桁+1桁が何回か続く。頑張っても2つ以上の式になる。	③ 何十の数を考えて数を分けた後は、(何十)+1桁の計算を1度だけする。頑張れば1つの式になる。

## 「たし算とひき算」単元について

筆算では1桁同士の計算ができれば、桁数がいくら多くなっても必ず計算できるというのは、おおむね正しいのですが、実際には、それだけでは十分ではありません。以下に、いくつか例を挙げてみたいと思います。

[例1]  $86+57+29$ の筆算では、一の位の計算 $6+7+9$ の途中で、 $13+9$  という計算を念頭で処理する必要があります。これを筆算ですることになると、筆算の中の計算を筆算でしなくてはならなくなります。

$$\begin{array}{r} 86 \\ 57 \\ +29 \\ \hline \end{array}$$

[例2]  $46\times 7$ の筆算では、七六42、七四28と計算していく中で、28にくり上げた4をたす際に、 $28+4$ を暗算で行う必要があります。

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

[例3]  $630\div 89$ の筆算では、商7を立てて、 $89\times 7$ の部分積を計算する際に $56+6$ の暗算が出てきます。

$$89 \overline{)630}$$

[例4] かけ算九九の構成で、7の段では、 $7\times 1=7$ 、 $7\times 2=14$ 、 $7\times 3=?$ のように、順番に前の答えに7を足していく過程の中で、 $14+7$ という計算が出てきます。逆に、 $7\times 9=63$ 、 $7\times 8=?$ のように、順に小さくしていく場合は、 $63-7$ という計算が出てきます。

このように、 $(2\text{桁})\pm(1\text{桁})$ という計算は、算数の多くの場面で出てくる基本的な計算であり、念頭で処理できるようにしておく必要があります。筆算を学習した後は、 $30-20$ のような簡単な計算まで筆算でしてしまう子どもがいるという報告もありますので、是非、筆算を導入する前に経験させておきたい計算です。

$(2\text{桁})\pm(1\text{桁})$ という計算のうち、 $14+3$ 、 $17-2$ のような繰り上がり・下がりのない計算は、第1学年の学習内容となっていますので、第2学年の早い時期に、繰り上がり・下がりのある場合も含めた $(2\text{桁})\pm(1\text{桁})$ の計算を完結させるのが効果的といえるでしょう。

ところで、本授業報告では、 $17+4$ の計算を「4を3と1に分解して、 $17+3$ で20をつくり、残りの1とで21」とする方法で展開されています。これは、第1学年で学習した $7+4$ と同様、加数分解による方法です。この方法は、被加数を分解しないで、17に近い何十の数(つまり20)を考えることにより、「17と3で20、20と1で21」のように2段階の思考になるため、頭の中に保持しておく数が少なくて済みます。

$$\begin{array}{r} 17 + 4 \\ \quad \swarrow \searrow \\ \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

これに対して、まず、一の位の $7+4=11$ を計算して十の位に1繰り上げ、十の位は $1+1=2$ で、答え21と計算する方法は、筆算のアルゴリズムを念頭で行ったものです。この方法では、「7と4で11、10と10で20、20と1で21」という3段階の思考になるため、加数分解の方法よりも頭の中に多くの数を保持しておく必要があります。

実際には、どの方法が考えやすいかは人によって違うため、自分の考えやすい方法で計算するのがよいといえますが、正確にできるようになるためには、より効率的な方法が有効になるため、子どもに加数分解による方法を経験させておくことは大変意義が深いと考えられます。

## 問題文のとおり図をかくと、式が見えてくるよ

2年 「かくれた 数は いくつ」

**単元目標** 数量の関係をとらえてテープ図にかくことができるとともに、加減の逆思考の問題について、テープ図を利用して考えることができる。

### ① テープ図(線分図)の扱いについて

「逆思考」の課題は、それまで順思考の学習に慣れてきている2年生にとっては、かなり難解な問題と言える。特に、「増えるとたし算」「減るとひき算」のように、単純に問題解決をしてきた低学年にとっては、「どうしてこうなるの？」との思いがわき上がってくるのも仕方がない。指導する側としても、せいぜい「文章をよくよみましょう」「増えるとかいてあっても、ひき算になることもある」などのアドバイスを与える程度で、的確な助言ができないのが実情である。

そこで、考えをまとめるために、低学年でも活用しやすいテープ図を用いることが最適と考えた。テープ図は、答えを導き出すための道具と考えるとできるだけ簡単に掛けて手軽に使えるものでなくてはならない。難解な問題を解くのに難解な道具を使うのは本末転倒との考えから、テープ図のかき方を指導する最初の場面として、1年生から学習してきた簡単な加減の順思考の問題を取り上げる。指導の基本である「単純から複雑、易から難へ」の考え方を遵守した結果である。

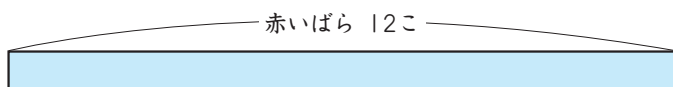
### ② 順思考の場面での指導

文章問題を解く場合、文章に現れる数量の関係をいかに把握させるかが重要となる。低学年にとって、2つの数量とその関係をよみとる文章問題は、ある意味国語の読解よりも難しいと言える。

数量の関係がよみとれない子は、何もかかない、まるで手をつけないという傾向が見られる。これは、全体をよんで一度に解決しようとするあまり、どこから手をつければよいのかがわからず、何もできなくなっているものと考えられる。そこで、この数量を、問題文に出てくる順に逐次図にかいていくことが大切となる。

赤い ばらの 花が 12こ、 白い ばらの 花が 5こ さいています。  
あわせて 何こ さいて いますか。

まず、問題文をよんで、最初に出た数量(赤いばら12こ)をテープ図にかかせた。



ここまでは、“2数の関係”ではないので、ほぼ全員がかけた。1つ目の数量のテープ図は必ず全員にかかせることが大切である。この図がかけない子には、問題文の該当箇所を囲み(問題文参照)、ノートに視写させた。こうすることで、残りの白いばらについてだけ考えればよいことがわかり、まるで考えられない子どもやまったく手をつけない子どもをなくすことができた。

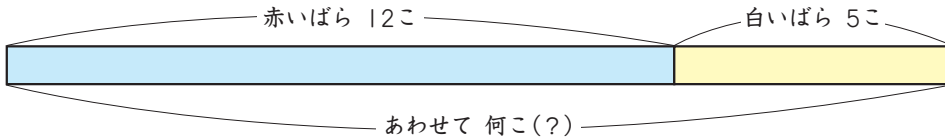
次に、白いばらについては、1年生で学習したブロック操作を想起させてからかかせると、ほとんどの子が右側にテープ(白いばら5こ)を付け足した(テープ図の長さの比率は必ずしも正確



ではない)。横がきの影響もあるかもしれないが、これまでのブロック操作において、後から増やしたり減らしたりするときは右側から処理してきたからであろう。



最後に、問われていること(あわせて何こ)をテープ図の下にかいた。全体の個数がわからないので数値はかけないこともみんなで話し合っ確認した。ある子から「数がわからないから、(?)とかけばよい」という意見が出て、みんなに採用された。



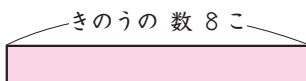
初めのうちは、思考を助ける意味でも、できるだけ問題文に近い形になるように、数字だけではなく言葉もかかせるようにした。

最後に、この図を見ながら立式させ、 $12+5$ になった理由を聞いてみたところ、多くの子が「12こと5こをあわせたら、(?)になるから」と説明することができた。

### ③ 逆思考の場面での指導

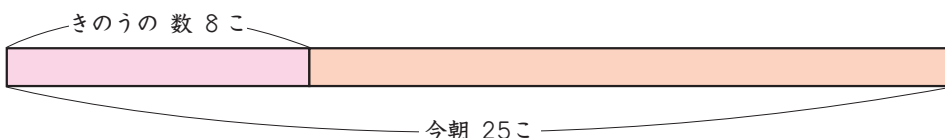
花がきのう 8こ さいて いました。  
今朝は 25こ に なって います。  
何こ ふえましたか。

逆思考の問題についても順思考のときと同様に、まず、最初の文「花がきのう8こさいていました」をよんでテープ図にかかせた。



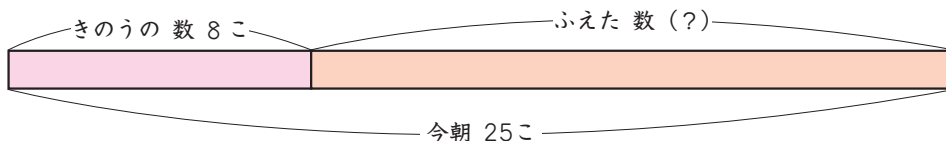
そして、次の文「今朝は25こになっています」をテープに表するのが最大の山場となる。ここで大切なのは、問題文にはない言葉を補うことである。それは「何こか増えた」という言葉である。何こか増えたから、今朝は25こになったのである。この言葉さえみつければ、右側にテープをかき足すことは抵抗なくできる(テープ図の長さの比率は必ずしも正確ではない)。

私のクラスでは、このように言葉が隠れている問題を「隠れミッキー問題」として、1年生のときから取り組ませている。例えば「子どもが7人いて、男の子は4人です。女の子は何人ですか」のような求部分の問題を解くとき、「残りの」という言葉を見つけさせる。ミッキー(隠れている言葉)を見つけることで、子どもたちはたし算かひき算かをはっきりさせることができる。



右側にテープを付け足して図をかいた後、このテープの上に「25こ」とかいてしまう子が何人かいた。かいたテープの意味を考えさせると、「25こ増えたのではない」と間違いに気がついた。そして、かき足した部分が「増えた数」だから、「25こ」は全体の数であることにすぐに気がついた。

少し注意が必要な場面だが、かえってじっくり考えるのによい場面だとも言える。そして、このように、テープ図では部分的な間違いを修正することで、全体の関係が見えてくることが多々ある。これはテープ図の最大の利点であろう。一度に全体を考えることが苦手な低学年にとっては、「25こ」に相当する部分を考えるだけでよいため、負担が半減することになると考えられる。ほとんどの子が下のようなテープ図をかくことができた。



最後に、何人かの子どもに、黒板で「きのうの数8こ」のテープを取る実演をしてもらい、「ふえた数」だけが残ることを印象付けた。「ふえた数」を求めるには「きのうの数8こ」の部分を取り去ればよいから、式は $25-8$ となることをみんなで確認した。

#### ④ 授業を終えて

抽象的な思考が苦手な「具体的操作期」の初期である低学年にとって、問題文をよんだだけで数量の関係をとらえるのは相当無理がある。そこで、手立てとしてテープ図を使うのだが、使いこなすまでには少し時間がかかる。しかし、この時間は決して無駄ではないと思う。子どもたちを観察していると、「どこにテープをかくのか」「どの数字をかくのか」などじっくり考えている様子が見られた。これは順思考の問題では見られなかった光景である。それまでは、「あわせて」や「のこりは」などのキーワードから簡単に式を導くことができたため、数量の関係にじっくり目を向ける必要がなかったためであろう。テープ図にかくことは、深く考える体験をさせるのに絶好の活動と言えそうだ。

また、子どもたちにとって、かくという活動自体に楽しさもあるようだ。数値がわからないテープには、言葉の他に「？」を付けたり、テープに色や模様を付けたりなどして、楽しく活動していた。

テープ図をかく活動そのものは、単純でありながら低学年にとって楽しくできる思考活動であるという印象を受けた。そして、指導上の観点からも次のようなよさが発見できた。

- ① まったくかけない児童は1人もいない(途中までは、全員なんとかかける)。
- ② 絵をかいている感覚で楽しく取り組める。
- ③ 順番にかいていけばよいので、整理しやすい。
- ④ かいた後に間違いを発見しやすい(数量とテープの長さが大体合っているため)。
- ⑤ 図を見ることで、立式が容易になる。
- ⑥ 黒板に貼ったテープを動かすと説明しやすい(児童が説明できる)。

今回の授業を行って、テープ図を使った学習は、低学年の子どもたちの思考力を伸ばすためにとてもよい活動であるとの印象を強く受けた。

## テープ図(線分図)の扱いについて

テープ図(線分図)をかく際は、1年のときから慣れ親しんだ数図ブロックの操作と関連づけながら、自然にテープ図へと導いていけるようにすることが大切です。教科書では、図のかき方を次のようなルールに則って記述しています。

- ① 問題文に出てくる数量の順番に1つずつかいていく
- ② 増えたり減ったりする変量(オペレータ)は右側にかく

まず、①の根拠は、問題をよんですぐに全体の関係がとらえられなくても、線分図をかいていくにつれて数量の関係が整理され、全体がとらえられると考えているからです。

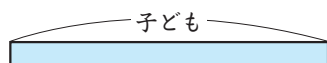
②は、テープ図を数図ブロックの操作に関連づけて導入しており、1年のたし算・ひき算においては、増えたり減ったりする数量は右側から寄せたり取り去ったりする操作と結びつけているので、そのイメージをテープ図にも残しているためです。

実際、このルールに従ってテープ図をかいていくと、次のようになります。

[例1]

子どもがあつまっていました。  
9人来たので、30人になりました。  
はじめは何人いましたか。

- (1) 子どもがあつまっていました。

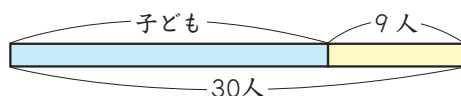


- (2) 9人来たので、



- (3) 30人になりました。

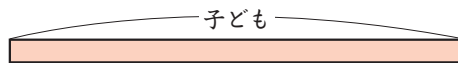
はじめは何人いましたか。



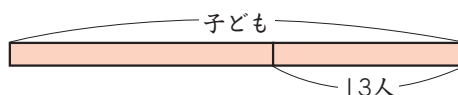
[例2]

子どもがあそんでいました。  
そのうち13人が帰ったので、18人になりました。  
はじめは何人いましたか。

- (1) 子どもがあそんでいました。

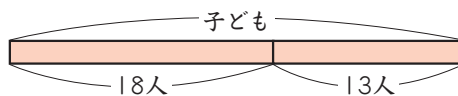


- (2) そのうち13人が帰ったので、



- (3) 18人になりました。

はじめは何人いましたか。



問題文をよんで、最初は数量の関係がとらえられなくても、出てきた数量を1つずつ順番に図にかいていくことで、それらの関係が見えてくるようになります。そして完成した図を見れば、たし算なのかひき算なのか容易に判断できます。

なお、[例1]と[例2]の完成したテープ図を比べると、全体を表す線と部分を表す線が上下入れ替わっていて、表記に統一感がないように感じられるかもしれませんが、これは、問題文に出てきた数量の順に逐次かいていった結果としての図であり、数量の関係を把握していく思考の流れに沿っているといえるのではないのでしょうか。

このように、図をかくという活動は、数量の関係を正しくとらえるという数学的な読解力という観点からもたいへん有効といえるでしょう。

## ① 単元のねらい

第3学年では、等分してできる部分の大きさや端数部分(はした)の大きさを表すのに分数が用いられることを知り、分数の表し方について確実に身に付けられるようにすることがねらいである。

「はした」を意識させるには、単位量がいくつと「あと少し」という子どもの声を大切にしたい。端数部分を表すのに単位量を等分するアイデアから生み出されたものが分数であるということをとらえさせるようにする。

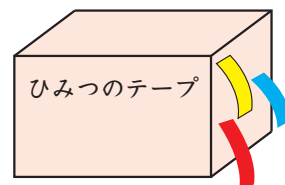
## ② 本時の目標

単位に満たない端数部分(はした)の表し方を考え、分数で表すことができる。

## ③ 授業実践

(1) 長さを調べてみたいという意欲を高め、「はした」を意識する。

→右のように、まず箱の中に赤、青、黄の3本のテープを入れ、その一部分を子どもたちに提示して、どのテープがいちばん長いと思うかを問う。



C 赤のテープがいちばん長そうです。

C 青が長そうです。

→クラスを3つのグループに分けて、その代表者にテープを引き出させる。グループ対抗でテープ取り競争をすることで、長いテープを引き出したいという気持ちを高める。

(2) 「はした」の長さを分数を使って表す。

C いちばん長いのは青、次が黄、3番目が赤です。

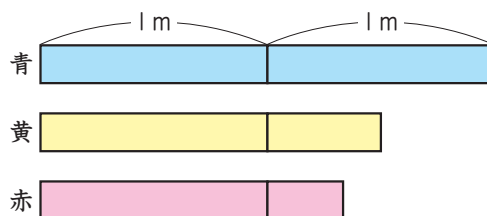
T そうですね。それでは、それぞれのテープの長さ何mか、調べてみましょう。

C 青のテープは、1mものさしの2つ分くらいだから、2mかな。

C ものさしで測ったら、やっぱり2mありました。

T 黄や赤のテープの長さは何mですか。

C どちらも1mより少し長いです。



→「はした」を意識させるため、1mのところに線をひかせ、1mよりも長い部分だけに着目させる。

T 黄と赤のテープは、1mとあと少し“はした”がありますね。はしたの長さは何mといえましょうですか。

C 1mより短いから、mでは表せません。

C 黄のテープのはしたの長さは、ちょうど1mの半分くらいです。

C 半分を分数で表すと $\frac{1}{2}$ だから、はしたは1mの $\frac{1}{2}$ です。

T 1mの $\frac{1}{2}$ の長さを $\frac{1}{2}$ mといいます。

→子どもの迷いや既習事項を大切にしながら、単位量を「はした」の長さで分けさせていく。



T 赤のテープのはしたの長さも分数で表せないかな。

C  $\frac{1}{2}$  mより短いです。

C だいたい1mを3つに分けた1つ分くらいになっています。

T 1mを3等分した1こ分を1mの $\frac{1}{3}$ といいます。1mの $\frac{1}{3}$ の長さは、 $\frac{1}{3}$  mです。

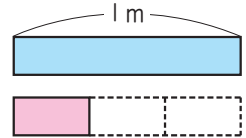
C 本当に $\frac{1}{3}$  mかどうか、確かめてみたいです。

➡赤のテープのはしたの長さが $\frac{1}{3}$  mかどうかを確かめたいという児童の意欲が高まった後、1mと $\frac{1}{3}$  mのテープを配布する。

C 3つに折りにくいなあ。

T 2人組でやってみましょう。

C 1mのテープに赤のテープを重ねて、印を付けていくとわかりやすいです。

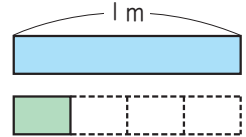


➡1mのテープと $\frac{1}{3}$  mのテープを比べるときは、必要に応じて鉛筆で印を付けさせたり、2人組で取り組ませたりするようにする。

T もう1本テープがあります。(1/4 mの緑のテープを提示する。)

C だいたい1mを4等分した1つ分くらいかな。

C  $\frac{1}{4}$  mです。



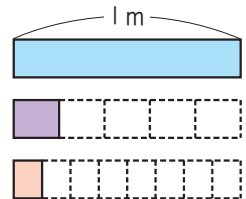
### (3) 練習問題をする。

1mを5等分、8等分したテープを提示し、「何等分した1こ分」なのかをよみとらせ、分数で表すことに慣れさせる。

T このテープの長さは何mですか。

C 1mを5等分した1こ分だから、 $\frac{1}{5}$  mです。

C 1mを8等分した1こ分だから、 $\frac{1}{8}$  mです。

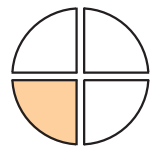
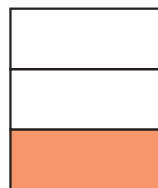


さらに、長さだけではなく、液量や個数などでも分数で表すことができることを認識させ、量を表す分数の意味を深め、単位を大切に扱うようにした。

C ジュースは、 $\frac{1}{3}$  Lです。1Lを3等分した1つ分だからです。

C 色紙は $\frac{1}{2}$ まいです。1まいを2等分した1つ分だからです。

C りんごは $\frac{1}{4}$ こです。1こを4等分した1つ分だからです。



### (4) まとめをする。

T 本時のまとめをしましょう。

C 1mを2等分した1こ分の長さを $\frac{1}{2}$  mということがわかりました。

C 1mを3等分できることがわかりました。

C かさや色紙なども「何分の1」で表せることがわかりました。

C 分数を使うと、1より小さい大きさを表すことができることがわかりました。

T 分数は今から約6000年前にエジプトで考えられたもので、今日の学習のように、はしたの大きさを元の大きさを等分割して表しました。これから、分数についてさらに学習していきましょう。

→学習のまとめは、教師が一方的にするのではなく、できるだけ子どもの言葉を使うようにする。また、分数の起源の話をする中で、さらに分数に対する興味・関心を高めていく。

#### ④ 授業を終えて

##### (1) 授業者の感想・課題

- テープ取り競争をすることによって、長さへの関心が高まり、長さを表すという本時の目標にせまることができた。
- 2m,  $1\frac{1}{2}$  m,  $1\frac{1}{3}$  mのテープを並べて提示したことで、1mに満たない端数部分(はした)に気づき、それを工夫して表したり、分数の意味を理解することができた。
- 1mの大きさを「はした」で測りとっていき操作を通して、「はした」を表す分数は、単位量を等分割したものであることに気づくことができた。
- 既習内容では、1mを3等分した長さは表せないが、試行錯誤しながらテープを3等分する中で、自分たちで新しい分数をつくり出せたという喜びを味わうことができた。
- 量を表す分数は、長さだけでなく、かさや広さといった様々なものでの練習を通して、1人ひとりの理解の定着につながった。
- 後の小数の学習においても、 $\frac{1}{10}$ という分数を考えることで、十進位取り記数法の合理性にも気づくことができる。また、「 $\frac{1}{10}$ の位」という用語もスムーズに導入することができる。

##### (2) 指導にあたっての留意点

- 1に満たない端数部分(はした)に着目させるため、テープの長さを測る際に1mの部分に線をかかせるようにする。
- 折るという操作を通して分数を思い起こさせ、はした部分を表す学習につないでいくために、1人または2人に1つずつ1mのテープと端数の長さのテープ( $\frac{1}{3}$  m等)を準備しておく。
- 赤いテープのはしたの長さが $\frac{1}{3}$  mかどうかを確かめたいという子どもたちの意欲が高まったときに、 $\frac{1}{3}$  mのテープを配布するようにする。
- 1mを3等分する操作は、子どもたちにとって難しい操作になるため、2人組で取り組ませたり、必要に応じて教師が手伝ったりする。
- テープ図を使って、 $\frac{1}{2}$  mや $\frac{1}{3}$  mの意味を知らせるようにする。また、長さだけではなく、かさ等も扱うことで、「はした」を分数で表す見方を広げていく。
- 1mのテープを等分割したものをを用いて、「等分した1つ分」になっているかをよみ取る活動を繰り返していねいに行うことが理解の定着につながる。
- 分数のかき方については、真ん中の線を先にかくと分母分子の位置を決めやすいことにふれておくとよい。

## 分数と小数の順序について

本授業報告では、1mでより短い端数部分のテープの長さの表し方を考えるという課題について分数を使った展開がされています。

端数部分の大きさの表し方に分数と小数がありますが、学習指導要領では、どちらも主に第3学年で学習することになっています。そこで、導入の仕方としては、分数を先行させる場合と小数を先行させる場合の2通りの展開が考えられます。

子どもたちは、量の表し方として、第2学年までの長さやかさの学習を通じて、単位を決めてそのいくつ分で表すという仕方を経験していますので、第3学年では、このことを基にして、端数部分の表し方を考えていくことになります。その際、1mや1dLなどの単位を等分割して新しい単位をつくっていきませんが、小数は、単位を10等分した大きさの1つ分を新しい単位とするのに対して、分数は、2等分、3等分、…した大きさの1つ分を単位とします。小数も分数も単位を等分割した大きさの1つ分を新しい単位として表すという発想は共通していますが、等分割の仕方が小数は10等分、分数は任意という違いがあります。これを“量の4段階指導”という観点でみると、“任意単位”の段階が分数、“普遍単位”の段階が小数といえるでしょう。

小数での10等分した大きさの1つ分を単位にするという発想は、「10倍すると位が1つ上がり、10でわると位が1つ下がる」という十進位取り記数法のしくみを1より小さい場合にも適用しようという体系的で合理的な方法ですが、その分、やや技巧的とも言えます。

一方、分数では2等分、3等分、…した大きさを考えていきますので、新しい単位の決め方は任意に考えられます。その意味では、分数による表し方は、素朴で原始的と言えます。このことは、歴史的にも、分数が6000年前のエジプトで考えられていたのに対して、小数は16世紀に始まったと言われていることからわかります。

このように、端数部分の表し方を考える際の導入としては、素朴で原始的な方法である分数から導入するのが、子どもの思考の流れにも合っていると考えています。

なお、平成20年告示の学習指導要領では、第2学年に“半分”や“半分の半分”などの分割という操作を通して分数の素地指導が導入され、子どもたちは、すでに分数という用語も学習していますので、第3学年で等分割の単位をつくる際に、分数を使って表すという発想は子どもから出やすくなっていると思われる。

## 大きな数の商の見積もりは、九九を使って簡単にしよう

4年 「がい数とその計算」

### ◆ねらい◆

積を概算で見積もることの学習を受けて、除法においても目的に応じて商を概算で見積もる方法を考え、具体的な場面に適用することができるようにする。

#### ① 前時の積の見積もりについて復習する。

本時は、既習の「積の見積もり」を受け、 $\boxed{\text{上から1桁}} \times \boxed{\text{上から1桁}}$ で、積が $\boxed{\text{上から2桁}}$ になる問題として $3298 \times 593$ を復習する。

$3298 \times 593$ を上から1桁で見積もると $3000 \times 600 = 1800000$ となるが、見積もりは大きな間違いを防ぐために、およその答えを見当づけることが目的なので、積が上から2桁になっても、わざわざ上から1桁の概数にするという手間はかけず、結果は上から2桁のままでよいことを確認する。

#### ② 本時の問題場面を把握する。

子ども会209人で、バス4台借りると183920円かかります。  
1人分のバス代はおよそ何円になりますか。

まず、1人分のバス代を求める式をノートにかかせる。

1人分を求めるだから、式は $183920 \div 209$ となることを理解させ、「およその答えを見当づける」ことを知らせる。

#### ③ 自分で見積もりの式を立てる。

$183920 \div 209$ の答えはだいたいどれくらいかを問いかける。見積もりでは上から何桁にするかがあらかじめ決まっているわけではないので、暗算で計算しやすい数にすればよいことを知らせる。

早くできた児童には、上から何桁にするかを変えて、何通りか考えるように助言する。

#### ④ 商の見積もりの桁数について話し合う。

児童の反応は、主に次の2つである。

- ・ わられる数もわる数も上から1桁にする。

$$200000 \div 200 = 1000 \quad \text{約1000円} \quad \dots\dots \text{①}$$

- ・ わられる数は上から2桁、わる数は上から1桁にする。

$$180000 \div 200 = 900 \quad \text{約900円} \quad \dots\dots \text{②}$$

他の方法として、わる数を上から2桁にした $180000 \div 210$ を教師が提示し、児童に簡単にできるかどうかを判断させる。210でわる計算は暗算では難しいため、わる数は上から1桁の概数にしたほうがわかりやすいことを理解させる。

わられる数の桁数については、 $183920 \div 209$ の問題では、①、②のように、どちらでもよいということになるため、数値を変えて確かめるとよい。

$183920 \div 709$ で、答えの見積もりをする。

- ・ わられる数もわる数も上から1桁にすると、 $200000 \div 700$ となる。

このとき、わり算は $20 \div 7$ となる(2桁 $\div$ 1桁)。

- ・ わられる数は上から2桁、わる数は上から1桁にすると、 $180000 \div 700$ となる。

このとき、わり算は $18 \div 7$ となる(2桁 $\div$ 1桁)。

このことから、わる数が1桁の場合、ふつう、わられる数は上から2桁とってわり算をするこ



とを確認する。

積の見積もりでは、かける数もかけられる数も上から1桁にして計算し、積は上から2桁になってもそのままにしていたことを、商の見積もりの桁数に関係づける。

板書の  $\boxed{\text{上から1桁}} \times \boxed{\text{上から1桁}} = \boxed{\text{上から2桁}}$  から考えさせ、わり算はかけ算の逆だから、 $\boxed{\text{上から2桁}}$  を  $\boxed{\text{上から1桁}}$  でわればよいことを理解させる。

### ⑤ 商の見積もりについてまとめる。

前時の積の見積もりのまとめをもとにして、商の見積もりについてまとめさせると、多くの児童は、「ふくざつなわり算の商を見積もるには、ふつう、わられる数は上から2桁、わる数は上から1桁の概数にしてから計算します。」のようにすると考えられる。この考えも認めるとともに、商の桁数を考えさせるために、 $180000 \div 700$ の商に触れ、商は257.1…になってずっと続くので、どこまで計算すればいいのかを判断させる。

見積もりは、大きな間違いをしないようにおおよその答えを見当づけるのが目的だから、細かい計算は必要ないことを根拠に話し合わせる。そして、上から1桁だけ求めればよいこと、わざわざ上から2桁目まで計算して四捨五入する必要はないことを理解させる。

その後、まとめの最後に、「商は上から1桁だけ求めます。」を付け加える。

### ⑥ 練習問題をやる。

この問題では、わられる数を上から2桁の概数に、わる数を上から1桁の概数にして式を立てることができるかをみる。

この問題では、「 $42000 \div 700 = 60$ 」とわり切れるため、商を上から1桁までとすることについては、公園の周りが917mの場合に取り組ませ、「 $42000 \div 900$ だから、約40周」(わり進むと46.6…)として、商を上から1桁でわり進まず見積もることができるかどうかを評価するとよい。

ふくざつなかけ算の積を見積もるには、ふつう、かけられる数もかける数も上から1けたの*がい*数にしてから計算します。

ふくざつなわり算の商を見積もるには、ふつう、わられる数を上から2けた、わる数を上から1けたの*がい*数にして計算し、商は上から1けただけ求めます。

② 公園の池のまわりは1周<sup>1周</sup>690mあります。マラソンで走る道のりは42195mです。この池のまわりを、おおよそ何周走れば、マラソンと同じくらいの道のりになりますか。わられる数を上から2けた、わる数を上から1けたの*がい*数にして見積もりましょう。

## 積の見積もり

ふくざつなかけ算の積を見積もるには、ふつう、かけられる数もかける数も上から1けたの*がい*数にしてから計算します。

$3298 \times 593$   
↓ ↓  
 $3000 \times 600 = 1800000$   
約1800000

$\boxed{\text{上から1けた}} \times \boxed{\text{上から1けた}} = \boxed{\text{上から2けた(1けた)}}$   
上から2けたのまま

## 商の見積もりをしましょう

商の見積もり  
子ども会209人で、バス4台借りると183920円かかります。1人分がいくらになるか見積もりましょう。

$183920 \div 209$   
↓ ↓  
 $200000 \div 200 = 1000$   
約1000円

$183920 \div 209$   
↓ ↓  
 $180000 \div 200 = 900$   
約900円

ふくざつなわり算の商を見積もるには、ふつう、わられる数を上から2けた、わる数を上から1けたの*がい*数にして計算し、商は上から1けただけ求めます。

$183920 \div 709$   
↓ ↓  
 $180000 \div 700 = 200$   
約200円

わり進まない

わられる数の上から2けたを見るからわり算はかけ算の反対だから

$\boxed{\text{上から2けた}} \div \boxed{\text{上から1けた}} = \boxed{\text{上から1けた}}$



## 商の見積もりについて

本授業報告では、商の見積もりを教科書の「わられる数を上から2桁，わる数を上から1桁とり，商は1桁まで求める」という仕方で行われています。教科書にこの方法を掲載している理由は，この方法が大きな間違いを防ぐという見積もりの目的を簡単に伝えるからです。

いわゆる概算では，統計や実験の中に出てくる数値などを扱うことが多いのですが，この場合は，測定値などを対象とするため，どの程度信頼できる数値なのかが重要で，“誤差”という問題が自然に出てきます。そこには“有効数字”の考えが入ってきて，商を何桁までどのように求めるかということが大切になります。従って，商を2桁まで求めてから四捨五入するというような形式的な手続きも必要になります。

しかし，見積もりは，大きな間違いを防ぐために，およその答えを見当づけることが第一の目的ですので，むしろ形式的な手続きは必要なく，念頭ですばやく処理できることが重要です。そのため，いろいろな見積もりの仕方が考えられますが，真の答えに近づけばどれも正解といってよいでしょう。

その中で，「わられる数を上から2桁，わる数を上から1桁とり，商は1桁まで求める」という方法は，かけ算九九を1回だけ適用して，念頭で処理できる最も簡単な方法です。実際，九九の答えは多くの場合2桁になるので，商を見当づけるには， $24 \div 6$ や $72 \div 9$ のように，2桁 $\div$ 1桁で考えると九九が使えて大変都合がよいといえます。ただし， $8 \div 4$ や $9 \div 3$ のように，わられる数は上から1桁とれば十分な場合もあります。このことは，わり算の筆算で，どの位にどんな数が立つかを考えて仮商の見当づけを行う場合とまったく同様と考えることができます。

もちろん，商を1桁で打ち切らずにわり進んで行き，その後，概数にする方法もありますが，この場合は念頭で処理するのが大変ですし，もし筆算で行うのであれば，概数ではなく正確な答えを出せばよいことになります。結局，見積もりをする目的は何かということに尽きるでしょう。このことは，本授業報告の中でも「大きな間違いを防ぐ」「念頭で効率的に処理する」という見積もりの目的を明確にする必要があると触れてありとおりです。肝心なことは，およその答えを見当づけるという本来の目的をどうすれば効率的に達成できるかということだと思います。

見積もり・見当づけは，何らかの目的をもって行うのが普通なので，求められる答えの精度は場面や状況によって変わります。例えば，桁違いの間違いを防ぐのが目的なら，大まかなオーダーの見積もりで十分でしょうし，買い物などの際に手持ちのお金で足りるかを見当づけるときは，それぞれのねだんを多めに見積もっていくことになります。

このように，状況に応じて適切な見積もりができる力をつけていくことは，数感覚を育成していくうえでも大切です。

## 平行四辺形の面積の求め方を考えよう

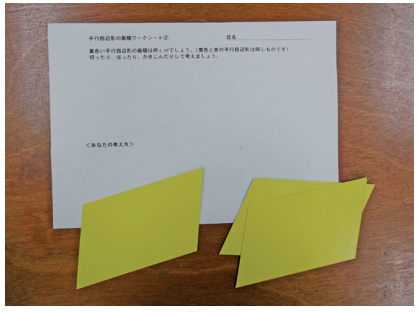
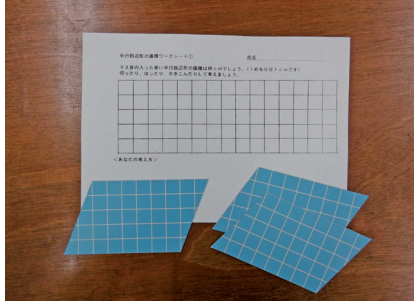
5年 「面積」

面積の指導において、必要な情報のみが与えられた問題ならば正しく解くことのできる児童は多い。しかし、平成19年度の全国学習学力状況調査で出題された平行四辺形の問題(Bの5)のように、余分なものを含む情報から必要な情報を選択して解く問題は、多くの児童が苦手としていることが判明した。この原因は、図を見せるだけの授業であったり、正解が導きやすい形で問題が示されるなどによって、児童が無意識のうちに受身的な学習をしているためと予想される。児童が図形に直接かき込んだり、切ったり、並べたり、貼ったりするような具体的な活動を多く取り入れることで、実感を伴う理解が得られると思われる。

以下に平行四辺形の面積を求める学習について実践をまとめた。

### ① 2種類のワークシート

平行四辺形の面積の学習では、教師が手づくりした平行四辺形とそれを切って並べ、貼るための台紙をセットにして、下のような㉠、㉡2種類のワークシートを用意した。㉠はマス目のない平行四辺形と台紙、㉡はマス目のある平行四辺形と台紙である。1人分は基本的に㉠、㉡各3枚ずつとしたが、多くの考え方が出ることを予想し、十分な数の予備も用意した。そして、授業では、児童がワークシートを使って平行四辺形の面積の求め方をいろいろ考え、意見を交流する学習を通して考え方を深めることで、確実に理解させることを目指した。

<p>㉠ マス目のない 平行四辺形と 台紙</p>		<p>&lt;ワークシートA&gt; 黄色の平行四辺形の面積は何 <math>\text{cm}^2</math> ですか。 切ったり、はったり、かきこんだりして考えましょう。 &lt;あなたの考え方&gt;</p>
<p>㉡ マス目のある 平行四辺形と 台紙</p>		<p>&lt;ワークシートB&gt; 青色の平行四辺形の面積は何 <math>\text{cm}^2</math> ですか。 (1目もりは1cmです) 切ったり、はったり、かきこんだりして考えましょう。 &lt;あなたの考え方&gt;</p>

児童には次のように指示をした。

- ① 平行四辺形に自由に線をかいたり、切って並べ替えてもよい。
- ② 1枚のワークシートには1つの平行四辺形を貼る。
- ③ 最初の10分間は児童1人ひとりが個人で取り組む。
- ④ 次の10分間は4人(または3人)グループで取り組む。グループの司会者を中心にして話し合い、意見をまとめる。



## ② 授業実践から出てきた児童の考え方

### (1) 2つの三角形に分割する方法

個別に考える段階で最も多く出たのは、㊦の平行四辺形を2つの三角形に分ける考え方である。児童は前時までに三角形の面積の公式を学習してきているので、ここでもごく自然に三角形分割の考えが出たと思われる。

三角形の面積の学習を基にして、平行四辺形の「高さ」は垂線ABの長さであることや平行四辺形には「高さ」がたくさんあることを児童に発見させることができた。

### (2) 長方形に変形する方法

次に多かったのが、㊧の平行四辺形を2つに分けて長方形に変形する考え方である。

この考え方では、三角形の学習の直後にも関わらず、児童の説明には「底辺」「高さ」よりも「たて」「横」という用語が多く出てきた。これは、長方形の公式のイメージが強いためと思われる。

色セロファンをできた長方形と合同に切り取らせ、図右のように左右にずらすことで、平行四辺形に分ける線分はマス目の線以外にもたくさんあることを理解させることができた。

### (3) 三角形と長方形に分割する方法

㊦の平行四辺形を2つの三角形と1つの長方形に分割する方法を考えた児童は、(1)、(2)に比べると少なかったが、複数の児童から出された。

これは、四角形の面積の導入時に、一般四角形を対角線で三角形に分割し、それぞれの三角形の面積を合計して、一般四角形の面積を求めた学習が生きたと思われる。

## ③ 話し合い活動について

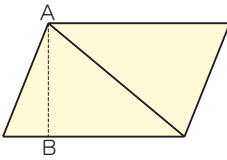
次に、調べたことをもとにしてグループで話し合い活動を行わせた。教師は児童の考え方を全体に示すために拡大したワークシートにかいたり、切ったり、貼ったりして掲示した。グループによっては2つの三角形に分割する考え方が出なかったが、他のグループの説明を聞いて考えることによって理解することができた。

また、次時の平行四辺形の面積の公式を導く学習では、「平行四辺形の高さは斜辺とは異なる

氏名 ○○○○○○

黄色の平行四辺形の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

<あなたの考え方>



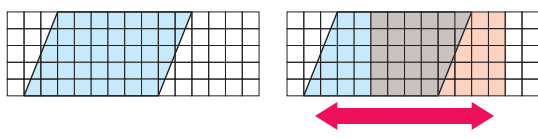
対角線で分割すれば、三角形が2つになる。

2つの三角形の面積は  $8 \times 5 \div 2 = 20\text{cm}^2$  だから、平行四辺形の面積は  $40\text{cm}^2$  となります。

氏名 ○○○○○○

青色の平行四辺形の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

<あなたの考え方>

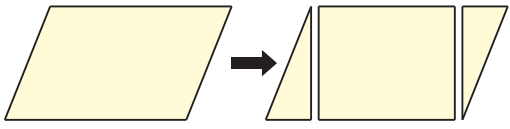


平行四辺形をたての線で切ってつなげると長方形ができるから、 $5 \times 8 = 40$  となります。

氏名 ○○○○○○

黄色の平行四辺形の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

<あなたの考え方>



三角形の面積は  $2 \times 5 \div 2 = 5$

長方形の面積は  $5 \times 6 = 30$

平行四辺形の面積は  $5 \times 2 + 30 = 40$

だから、平行四辺形の面積は  $40\text{cm}^2$

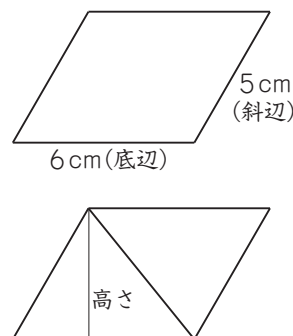


こと」や「平行四辺形の高さはたくさん(無数に)あること」につなげて、公式が表す意味を理解させることができた。

#### ④ 平行四辺形の高さについて

平行四辺形の面積を、自分で長さを測って求めさせるようにした。すると、マス目を使う方法しか思いつかなかった児童の中には、底辺×斜辺で求めようとする子もいて、平行四辺形の高さが正しく理解できていないという実態が明らかになった。平行四辺形の学習においても、高さについて正しく理解させることが重要であると感じた。平行四辺形では、高さは平行線間の距離なので無数にとれ、かえってわからなくなってしまう児童もいた。

そこで、対角線を1本引いて三角形をつくり、改めて高さを示したところ、三角形の面積の公式につながり、平行四辺形の高さについて正しく理解することができた。



#### ⑤ この単元の授業を行った感想

##### (1) たとえ公式を忘れても、自力で解決できる力を身につけさせることが大切

算数・数学においては、問題解決の過程の中で児童生徒のいろいろな考え方やものの見方を育てることができる。小学校では、面積の学習は、4年生で単位面積として $1\text{cm}^2$ を知り、その個数で長方形や正方形の面積を表す。長方形や正方形の面積の公式を使って面積を求める。つまり、「単位正方形の個数」と「公式」の2通りの求め方を学ぶ。学習が進むにつれて、三角形、平行四辺形、台形、ひし形の面積の求め方を考えたり、公式化したりして学習を進めていく。しかし、公式の数が多くなるに従って、公式の意味をきちんと理解しないまま間違った使い方をしたり、公式自体を忘れてしまう児童も増えてくる。そのようなとき、三角形に分割したり、長方形に変形するという基本的なことが身につけばなんとか自力で解決することができる。その際、多角形は必ずいくつかの三角形に分割できるので、三角形の公式を使えば多角形の面積を求めることができることをおさえておくことも大切と感じた。

##### (2) 試行錯誤をさせることもしっかり覚えさせることも大切

今回の事例では、教師が平行四辺形を与えて児童に自由に組み合わせたのが、限られた時間の中で試行錯誤をさせ、どの児童も最低1つの方法で平行四辺形の面積を求められることを目指して、2つの支援を心がけた。

1つ目は、児童の使う平行四辺形を教師がつくったことである。これは、児童の思考を惑わせるような情報を極力与えず、平行四辺形の面積を求めることに集中させるためである。2つ目は、児童に個別に取り組ませている間に、教師が児童の実態を的確につかんで指導や助言を与えたことである。

今回の実践では、三角形や長方形の面積の公式が使えるように助言を与えたが、裏を返せば、児童がそれらの公式を覚えていなければ、助言をしても問題を解決することができないことになる。基礎となる大切な事項はしっかり覚えさせておく必要があると実感した。

## 「面積」の展開について

5年の「面積」の展開においては、三角形先行と平行四辺形先行の両方が考えられますが、弊社では、三角形先行の展開をとっております。

その理由は、どんな多角形も必ず三角形に分割できる、つまり、三角形を基本図形として、「三角形の面積さえ求められれば、どんな多角形も面積を求めることができる」という大原則が最大の理由であり、子どもたちの身の回りには平行四辺形の面積公式を使う場面がほとんどないということも理由の1つになっています。つまり、最も有用性が高い三角形の面積を最も印象の残りやすい最初に扱うことに大きな意義があると考えているわけです。このことは、弊社が従来から一貫して大切にしてきたことです。

ところで、平行四辺形先行の利点としては、

(ア) 平行四辺形の面積のほうが、長方形に等積変形する仕方がいろいろ考えられるので、児童から多様な考えを引き出せる。

(イ) 三角形を平行四辺形の半分と考えることで、三角形の面積の公式が容易に導ける(特に、この考えは高さが外に出る三角形の場合に有効である)。

があげられます。このうち、特に、(イ)のよさを強調されることが多いように感じます。

これをうけて、弊社は、第5学年の「面積」の単元を以下のような展開にしています。

- 1 三角形の面積の求め方(高さが外側に出ない場合)
- 2 一般四角形の面積の求め方(三角形に分けて考えること)
- 3 平行四辺形の面積の求め方(三角形分割、長方形への等積変形)
- 4 高さが外側に出る三角形、平行四辺形の面積の求め方

その主な理由としては、

- ① 三角形が基本図形であり、三角形分割の方法は後々に用いる場が多いこと
- ② 平行四辺形の面積の学習の際、長方形に直す等積変形の他に、三角形に分割する方法も考えられ、子どもから多様な考えが引き出せること
- ③ 高さが外側に出る三角形の面積は、教科書での回転移動による等積変形の他に、平行四辺形の半分と考えて求めることもできること
- ④ 高さが外側に出る図形は三角形にも平行四辺形にもあるので、それらを特殊なものとしてまとめて取り上げるほうが効果的であること

の4点があげられます。特に③については、式変形による説明ではなく、実際に鈍角三角形を鋭角三角形に等積変形する操作を通して理解できるように展開しています。また、平行四辺形の半分と考えて求めることもできます。

本授業報告では、上記の他にも、平行四辺形では高さが無数にとれ、かえってわからなくなるので、分割して三角形に帰着させると「高さ」の意味が理解しやすくなったとの事例も示されています。

ただ、面積の導入に関しては、どちらか一方が正しいという性格のものではありませんので、学級の実態に従った適切な指導が望まれます。

## 何通りあるかを考えよう

6年 「場合を順序よく整理して」

### ① 単元について

体育の時間にチーム対抗戦をしたり、グループ内でのペアを組んだりすることは、児童が生活の中で自然に経験している事象であり、関心も高く、意欲的に取り組むことができる。しかし実際は、ただ思いつくままに相手チームと対戦したり、ペアを組んだりして、最終段階になってから落ちや重なりがないかを考えるなど、発達段階に応じてまちまちである。現実には、あらかじめ教師が決めた組み合わせに従って試合を行ったり、ペアをつくったりしていることが多い。

組み合わせを考える際は、手当たり次第に列挙するのではなく、児童がきまりを決めて条件に合うものを抽出できるかが鍵となる。つまり、どうすれば落ちや重なりがないように選び出せるかを児童自らが考え、実際に組み合わせを列挙していくことが大切となる。

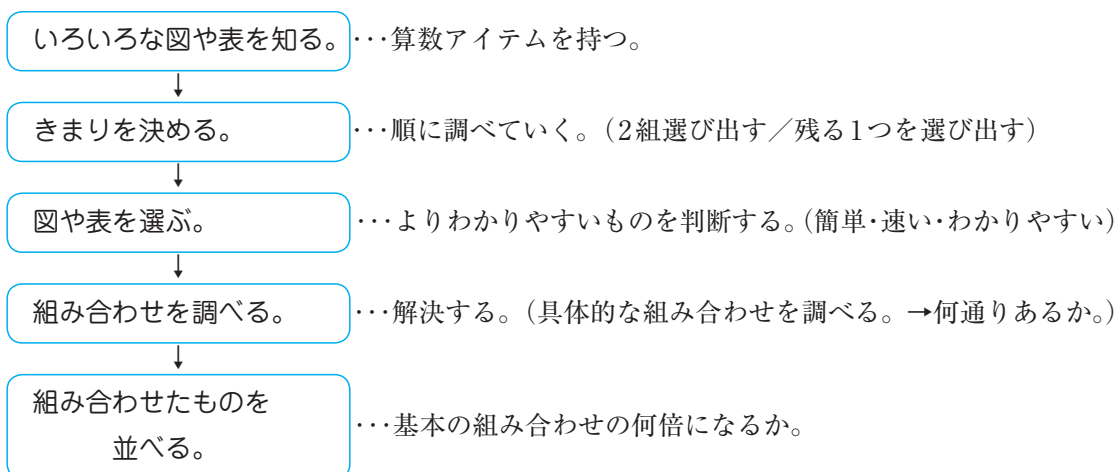
### ② 単元導入にあたって

本単元で特に大切にしたいことは、与えられた図や表を使って考えるのではなく、どんな図や表を使えば、簡単で、速く、わかりやすく解決できるかを児童自らが考え、活用できるかということである。そして、初めから何通りあるかを求めるのではなく、題材の中に出てくる要素のうち、何と何の組み合わせになるのかを具体的に調べる過程を通して、結果的に組み合わせの数を考えさせるようにしたい。そして、その後の順列の学習につないでいく。中学校以降になると計算で求めていくことになるが、その仕組みや意味については小学校段階でしっかりと押えておきたい。

問題解決学習において大切なことは、児童が既習の学習を通して身につけた手法・手段(以下、算数アイテムと表記)を糸口や解決の場面で適切に使えることである。算数アイテムをしっかりと身につけていれば、見通しを持ってスムーズに解決することができる。そして、児童もいきいきと活動することができ、何をすればよいか、どう考えればよいかを見失わずに済む。

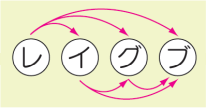
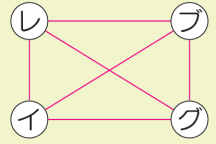
これらのことを踏まえて実践した一例を以下に紹介する。

#### 学習の流れ



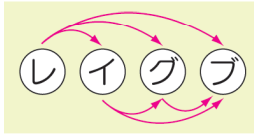
### ③ 学習展開

- ・落ちや重なりがないように選ぶには、どんな図や表にかけばよいかを考える。(数学的な考え方)
- ・図や表にかいて効率よく組み合わせを考えることができる。(技能)

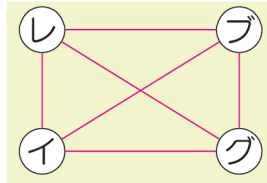
教師の発問と児童の活動	指導の手立てと留意点
<p>1. 問題把握</p> <p>T：今日は組のつくり方について考えます。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>レッド，イエロー，グリーン，ブラックの4チームが試合をします。          どんな組み合わせがあるか，すべてかき出しましょう。</p> </div> <p>T：落ちや重なりがないようにするにはどんな図や表をかけばよいかを考えましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・スポーツの対戦場面を想起させ，全ての組み合わせを調べる方法について考えることを伝える。</li> <li>・どんな図にするか，児童からいくつか出させることで解決への見通しが持てるようにする。</li> </ul>
<p>2. 自力解決</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>・リーグ表</p> </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>・</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ レーイ    レーグ    レーブ</li> <li>  イーグ    イーブ</li> <li>  グーブ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・単発的に対戦カードを列挙した児童には，出てきた対戦カードをどのように整理して表すとわかりやすくなるか助言する。</li> <li>・落ちや重なりがないかを，確かめさせる。</li> <li>・机間指導の中でWBを配布し，かかせる。</li> </ul>
<p>3. 学び合い</p> <p>T：発表しましょう。 (省略)</p> <p>T：いろいろ説明ができました。さて，どれがいいでしょう。それを判断する条件をいいます。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>① 落ちや重なりがないこと(きまりを決めてかく)。</li> <li>② 簡単にかけること。</li> <li>③ 速くかいていく。</li> <li>④ わかりやすいこと。です。</li> </ol> <p>T：では，自分がよいと思うものに手を挙げましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・自分の方法と比べながら発表を聞かせ，気づいたことを児童から引き出させる(1つのもを基準にして順に調べている等)。</li> <li>・これまでの問題と同様に，図を簡潔でわかりやすくかくことを押さえる。</li> <li>・各自でよいと思うものをきめさせる。</li> </ul>
<p>4. まとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・組み合わせは，全部で6通りある。</li> <li>※図のかき方でまとめる。</li> <li>① 落ちや重なりがないこと。</li> <li>② 簡単にかけること。</li> <li>③ 速くかけること。</li> <li>④ わかりやすいこと。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・練習問題を解く。</li> <li>・ふりかえる。(ノート記述)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・どんな方法でも，組み合わせは6通りになることを確認する。</li> <li>・レッド→㊶のように，簡潔に示すとよいことを押える。</li> <li>・他の場面でも活用できるかを考えさせ，わかりやすい方法を選択させる。</li> </ul>

#### ④ 具体的な事例

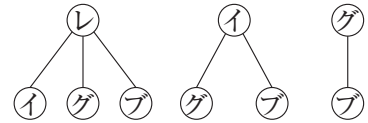
##### (1) 児童の活動から



線の数をかぞえた。  
色を変えたり、  
番号をふったりする。



四角形にして線を結び、  
数を数えた。

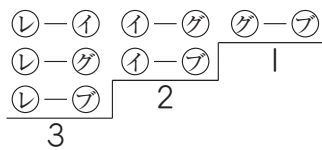


先頭に、くしをさしていく。

##### (2) 学び合いの中から

	レ	イ	グ	ブ
レ		○	○	○
イ	△		○	○
グ	△	△		○
ブ	△	△	△	

○は6こ，△も6こで  
どちらも同じ6こ。



順に減っている。  
式  $3+2+1=6$

- ・線の色も，くしの数も，階段の段数も1つずつ減っていった。
- ・だから，計算で求められるんだ。
- ・自分を除いた数から， $3+2+1=6$
- ・表は結果をかくのに便利だけど，時間がかかる。私はくし型がいい。
- ・どれもレッドから順に調べている。

#### ⑤ 指導にあたっての留意点や工夫点

学び合いの中で数多くの考え方が出てくると，それらに優劣をつけてしまいがちであるが，ここでは，

- ・使える図や表はいろいろあること，およびそれらの使い方も知る。
- ・自分で使いやすいものを選択する。

ことが大切となる。どれがいちばんよいかではなく，自分がよいと思うものを使って考え，それで困ったことが起これば，違う方法を選択できるような児童に育てることが大切である。高学年なるにつれて学力差が大きくなるため，イメージがつかめないう児童には，チーム対抗戦の場面を変え，4人班で実際に2人が握手する動作化(実演)等を交えることでイメージを持たせ，それを図に置き換えて調べられるような工夫も必要である。

#### ⑥ 授業を通しての感想と課題

本単元の前にもいろいろな図や表に触れさせておいたので，児童は戸惑いなく活動にはいることができた。また，4チームの総当たりという答えを導き出しやすいという条件から，見通しを持って取り組むことができた。調べ方については，線の色を変えたり，番号をつけたり，階段状にして表したりするなど，予想外の方法が幅広く出された。そのことで，きまりに着目することができ，他の児童にわかりやすく伝わった。

なお，学習課題は「組み合わせを落ちや重なりなくすべてかき出すこと」であったが，児童はどうしても何通りあるかを出すことを急ぐ傾向が見られた。教師は，児童に何を教え，何を考えさせるのかをしっかりと意識して臨む必要があると感じた。



## 小学校での「場合の数」の展開について

本授業報告では、4つのチームがリーグ戦で試合をする場面での組み合わせの数を考える問題が取り上げられています。この問題では、順序は考慮せず、単純に組み合わせの数に着目して考えていきます。

「場合の数」では、順序を考慮する「順列」と順序を考慮しない「組み合わせ」がありますが、高校などでは、順列や組み合わせの公式を学ぶことになるため、公式の導入順序に合わせて、順列→組み合わせという順に学習していきます。しかし、小学校では身近な場面において、実際にものを並べたり、図や表にかくなどの具体的な操作が中心となるので、選んだものの順番(順列)を考えるよりも、ものの選び方(組み合わせ)を考えるほうが単純で、子どもにとっても取り組みやすいと考えています。つまり、“まず選んで、次に並べる”というのが自然な流れといえるでしょう。

実際、さきに「順列」を学習した場合、後で「組み合わせ」の学習の際に順番を考えなくてよいということが案外わかりづらくなると思われれます。例えば、ア、イ、ウの3つのチームがリーグ戦で野球の試合をするという場面を考えてみます。この場合は、図や表にかいて、{ア, イ}, {ア, ウ}, {イ, ウ}という3つの組み合わせを導き出すことができますが、{ア, イ}と{イ, ア}を区別する必要がないということは、順列を学習する前のほうが余計な観点が入り込まない分、すんなり理解できます。順列をさきに学習した場合は、もしかすると、先攻と後攻を区別して、{ア, イ}と{イ, ア}は異なると考えなくてはならないと思う子がいるかもしれません。このようなときは、これらを同じと見なし、順番は考えなくてよいということを納得させなくてはなりません。そうすると、さきに順列で学習した「順番が違えば異なる事象と見なす」ということを一旦白紙に戻さなくてはならないわけです。

一方、順列の問題で、例えば、①, ②, ③の3枚のカードから2枚を選んでできる2桁の数を求める問題では、①②と②①とを区別しなくてはなりません。この2つの結果が異なるものであることは、あえて区別の必要性を説明しなくても容易に理解できます。したがって、このようなときは順序に注意しなければならないということは、さきに組み合わせが学習済みであったとしても比較的スムーズに理解できると思われれます。

このように、組み合わせ→順列の順であれば、さきに学習した組み合わせの内容を基にして、そこに新たに順序という観点を付加していくという学習形態が期待できるわけです。